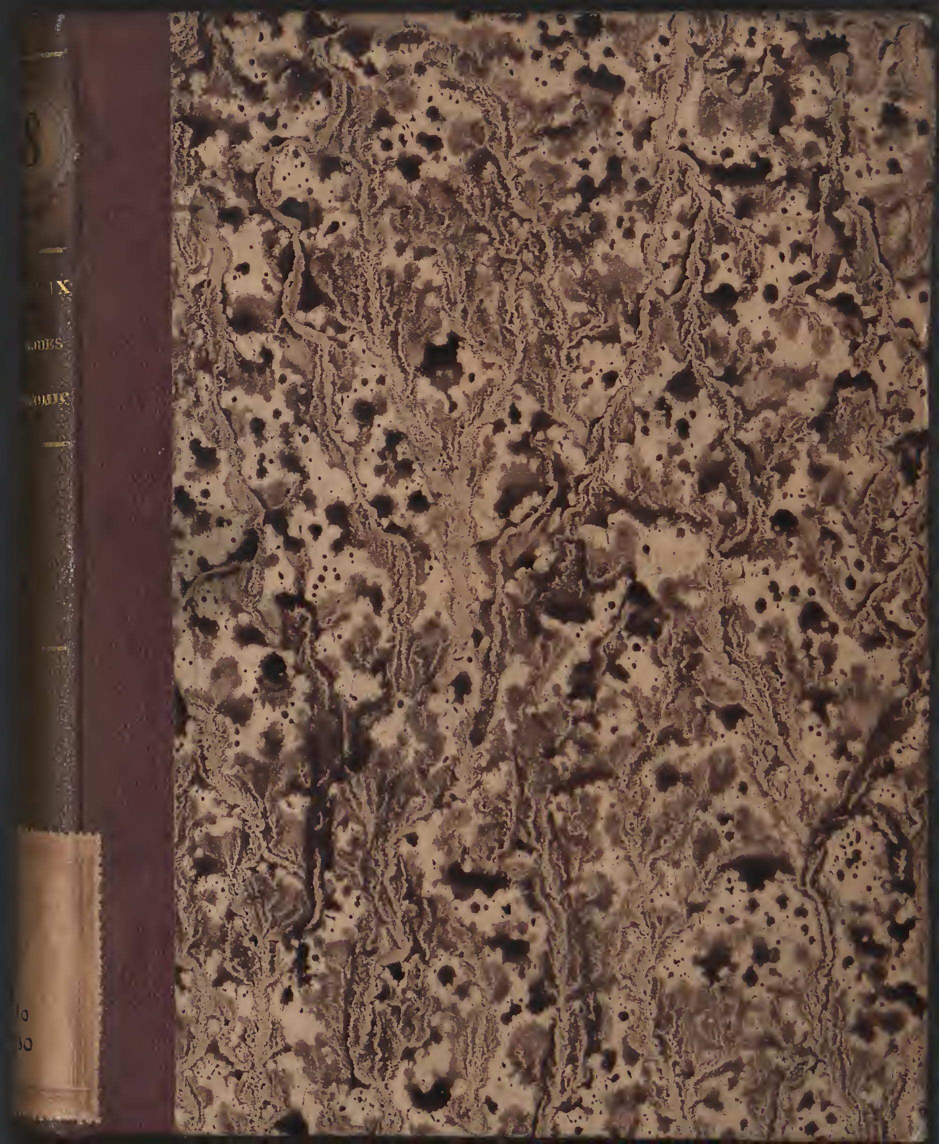




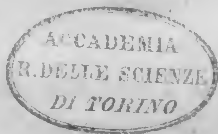
SUITE

DES

SAVANS ETRANGERS

DE

L'ACADÉMIE DES SCIENCES.



Avis au Relieur pour placer les figures.

La Planche premiere doit regarder la page . . . . 2.
La Planche ſeconde, la pag. . . . . 134.
La Planche troiſieme, la pag. . . . . 158.
La Planche quatrieme, la pag. . . . . 186.

REMARQUES
ASTRONOMIQUES
SUR
LE LIVRE DE DANIEL.
MÉMOIRE SUR LES SATELLITES.
LOI ET PROPRIÉTÉ DE L'ÉQUILIBRE.
PROBABILITÉS SUR LA DURÉE DE LA VIE HUMAINE.
TABLES DES ÉQUINOXES DU SOLEIL ET DE LA LUNE.

PAR JEAN PHIL. L. DE CHESEAUX,
Membre de plusieurs Académies.





A LAUSANNE,
Et se trouve à PARIS,
Chez LAMY, Libraire, Quai des Augustins, près de la rue Pavée.

M. DCC. LXXVII.

SENTIMENS

De MM. DE MAIRAN & CASSINI,

Sur les REMARQUES ASTRONOMIQUES, *tirées du Livre de* DANIEL.

COMME les deux premieres Dissertations contenues dans cet Ouvrage paroîtront peut-être singulieres, nous ne pouvons mieux justifier le parti que nous avons pris de les faire imprimer, qu'en y joignant le jugement qu'en ont porté Messieurs DE MAIRAN & CASSINI, Membres de l'Académie Royale des Sciences de Paris, à qui l'Auteur avoit eu l'honneur de les communiquer.

Le 12 Juin 1751 il nous apprend, que M. DE MAIRAN lui avoit dit, après avoir lu attentivement ses Dissertations, « qu'il n'y avoit pas moyen de disconvenir des vérités & des découvertes qui y étoient prouvées ; mais qu'il ne pouvoit comprendre comment & pourquoi elles étoient aussi réellement renfermées dans l'ECRITURE SAINTE. »

Le 10 Août il en reçut une lettre conçuë en ces termes. « Je vous demande excuse d'avoir tant gardé l'excellent Mémoire que vous m'avez confié, sur les inductions Astronomiques & Chronologiques que vous tirez des LIVRES SACRÉS : je me flatte de les avoir assez bien lu, & assez attentivement, pour en pouvoir conclure, que vos conjectures sont très-plausibles, & déduites avec autant de sagacité que de savoir, & qu'elles méritent

„ ritent d'être données au Public. J'aurai l'honneur „ de vous en dire d'avantage de vive voix."

Il nous apprend encore, que M. CASSINI qui avoit déja lu ſa Theorie Aſtronomique, il y avoit environ deux ans, en avoit parlé comme M. DE MAIRAN. Qu'il avoit trouvé toutes ſes méthodes pour le Calcul des mouvemens du Soleil & de la Lune, déduites du Cycle de Daniel & de l'arrivée des Equinoxes & du Solſtice au Méridien de Jeruſalem, très-démontrées, & parfaitement conformes à l'Aſtronomie la plus exacte; juſques-là qu'il vouloit que ſes Diſſertations fuſſent luës dans une Aſſemblée Académique.

Comme nous n'aurions oſé rendre publics ces témoignages, ſans l'aveu & la permiſſion de ceux qui les ont rendus, nous avons pris la liberté de la leur demander, en leur raportant ce que l'Auteur nous en avoit écrit. Mr. DE MAIRAN eut la bonté de nous répondre le 19 Mai 1752: " Je ne me ſouviens „ pas des termes dans leſquels j'ai marqué à feu M. „ DE CHESEAUX le plaiſir avec lequel j'ai lu ſes „ recherches Aſtronomiques & Chronologiques ſur „ l'ECRITURE SAINTE; mais tels qu'ils „ ſont, ils ont ſans doute exprimé mes véritables „ ſentimens; & ſi vous les en jugez dignes, vous „ pouvez les faire imprimer."

M. CASSINI n'ayant pu nous écrire, nous fit dire le 24 Avril par un ami, qu'il verroit avec plaiſir imprimer l'aprobation qu'il avoit donné très-ſincerement aux diverſes Diſſertations de l'Auteur.

REMAR-



REMARQUES
HISTORIQUES, CHRONOLOGIQUES, ET ASTRONOMIQUES,
Sur quelques endroits du Livre
DE DANIEL.

PREMIERE PARTIE CHRONOLOGIQUE.



YANT eu occaſion d'examiner, il y a quelque tems, la queſtion (1) de l'année de la mort de Notre SEIGNEUR, elle me conduiſit inſenſiblement à diverſes remarques chronologiques aſſez ſingulieres, & dont j'ai cru devoir faire le ſujet d'une Diſſertation particuliere.

I. PART. Expoſition du ſujet.

Ces Remarques roulent principalement ſur quelques endroits du livre de DANIEL, comme le Verſet 12.

(1) Voyez ci-après la Lettre ſur l'année de la mort de Notre Seigneur.

I. PART. Chap. VII. *La domination fut aussi ôtée aux autres bêtes, quoiqu'une longue vie leur eût été donnée, jusques à un tems & un tems.* Le ℣. 14. du Chap. VIII. *Et il me dit : jusques à deux mille & trois cent soirs & matins, après quoi le sanctuaire sera nettoyé.* Et le ℣. 7. du Chap. XII. *Et j'entendis l'homme vêtu de lin qui* étoit *au-dessus des eaux du fleuve, lequel ayant élevé sa* main *droite & sa* main *gauche vers les Cieux, jura par celui qui vit éternellement, que* ce sera *jusqu'à un tems, à des tems, & une moitié* de tems: *& quand il aura achevé de disperser la force du Peuple saint, toutes ces choses là seront accomplies.* Je me propose de faire voir le rapport de quelques-uns de ces passages avec l'histoire, dont les événemens sont les objets de la Providence; & avec l'Astronomie, dont les phénomenes sont les objets de la puissance du Créateur.

On se propose de fixer l'année de la Vision du Ch. VIII. de *Daniel.*

Je commencerai par la premiere espece de rapports; & entr'autres par le ℣. 14. du Chap. VIII., dont la discussion chronologique est la plus longue; & je tâcherai de fixer l'année dans laquelle Daniel eut la vision qu'il rapporte dans le Chapitre VIII. *Cette année*, dit cet Auteur Sacré, *étoit la troisieme de Belsatsar*, & ce *Belsatsar* étoit le dernier Roi de *Babylone*, que *Ptolomée* dans son Κάνων βασιλεων appelle *Nabonadius.* Malgré les objections que le Pere PETAU & quelques autres ont faites contre cette idée, je ne laisse pas de la trouver & de la supposer bien établie, comme on peut le voir en particulier dans le *Livre II. Année 555. de l'Histoire des Juifs* du Docteur PRIDEAUX, auquel je renvoye entierement le lecteur: Je me borne ici à déterminer quand a commencé le regne de ce Prince. *Ptolomée* en fait tomber

Et dabord la premiere année de *Belsatsar.*

Remarques historiques, cronologiques &c. sur DANIEL. 2.e Dissertation.

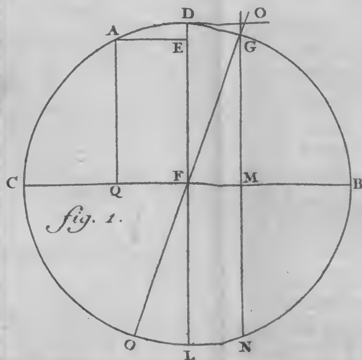


fig. 1.

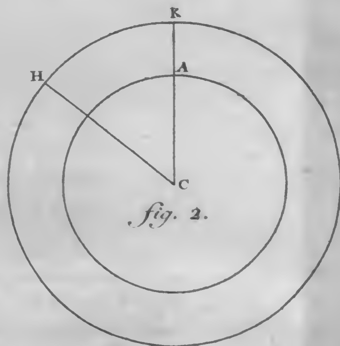
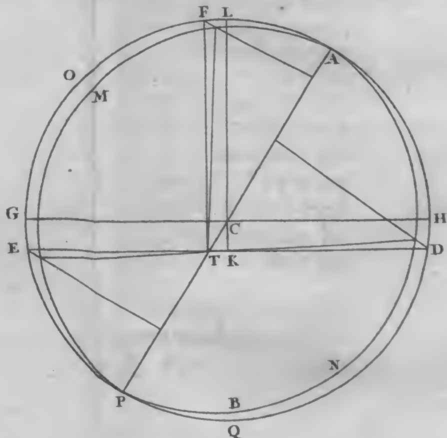


fig. 2.

Remarques sur DANIEL. 1.e Dissertation.



ber la premiere année sur la 193me. de l'Ere de *Nabonassar*; cela ne souffre aucune difficulté, qui ne porte aussi sur tout ce Canon, le plus solide fondement de toute la Chronologie, & même de l'Astronomie ancienne. La question n'est donc que de savoir, si c'est dans le commencement ou sur la fin de cette année, que *Nabonadius* ou *Belsatsar* monta sur le trône; car l'incertitude de cette circonstance en laisseroit une de presque une année sur tous les événemens arrivés pendant le cours de son regne.

I. Part.

Remarques sur la maniere de compter de *Ptolomée*.

Il faut remarquer que quoique *Ptolomée* semble supposer que la premiere année de *Nabonid* commence avec l'année *Nabonassarienne*, laquelle tomboit à peu près sur la *Julienne*, ce n'est que pour la facilité du calcul chronologique, & parce qu'il ne marque dans sa Table que les années entieres. Son usage ordinaire est même de faire tomber le commencement des regnes de chaque Roi, sur celui du premier mois de l'année *Nabonassarienne*, qui se trouve renfermée dans la derniere année de leur prédecesseur, quand même ce prédecesseur ne seroit mort qu'un mois ou quelques semaines avant le premier mois de l'année suivante: C'est ainsi qu'il fait commencer le regne d'*Artaxerxès* avec la 284me. de *Nabonassar*; cependant il est certain, comme le Chevalier NEWTON l'a fait voir, que ce Prince étoit monté sur le trône entre l'Automne & l'Eté de l'année 4250. de la periode Julienne, c'est-à-dire, dans le 8me. ou le 9me. mois environ de cette 284me. année.

Cette maniere dont Ptolomée a marqué les années des Rois dans sa table, est encore confirmée par les

I. Part. regnes de quelques Empereurs, tels, par exemple, que celui de *Vespasien*; car il place la premiere année de ce Prince dans la 292me. depuis la mort d'*Alexandre*, ou dans la 816me. de *Nabonassar*, qui a commencé avec le mois d'Août de l'année LXIX., c'est-à-dire, dans le dernier mois de l'année 816. de *Nabonassar*. C'est pour n'avoir pas fait attention à cette méthode de *Ptolomée*, que quelques Chronologistes se sont trompés, & que le Pere Petau lui-même dans la *II. Partie* de son *Rationarium temporum*, *Lib. IV. Cap. VI.* a supposé une erreur d'une année dans la Table de cet Astronome, quoiqu'il fût aisé de rendre raison de ces irrégularités apparentes, par la remarque que je viens de faire.

Beltatsar monte sur le trône 555. A C. en Automne.

Tel est enfin le cas de *Nabonadius* Roi de Babylone. Suivant le Canon de *Ptolomée*, la premiere année de son regne tomba sur la 193me. de *Nabonassar*, laquelle a commencé en même tems que l'année Julienne 555 A C. Cependant il y a toute apparence que ce Prince ne monta sur le trône qu'au milieu de l'Automne de cette même année ou environ: je le prouve par la table même de *Ptolomée*, comparée 1°. à un passage de *Berose*, qui se trouve cité dans la *Préparation évangelique d'*Eusebe, *Lib. IX. Chap. XI.* 2°. Avec ce que l'Histoire nous apprend du tems où *Babylone* fut prise, & 3°. à celui où l'Ecriture nous dit, qu'*Evilmerodac* monta sur le trône.

On le prouve par la comparaison de la table de *Ptolomée* avec

1°. un passage de *Berose*.

Suivant *Ptolomée* & *Berose*, *Evilmerodac* appellé par le premier *Ilvarodame*, a régné 2. ans. *Neriglissor* ou *Nericassolassar* 4. ans, & *Nabonadius* 17. ans. *Berose* met entre ces deux derniers un certain *Chabaessoarachus*, à qui il donne neuf mois de regne; d'autres le nomment

Laboro-

Laborosoarchod. *Ptolomée* ne parle point de ce Roi, ce qui n'empêche pas qu'on ne doive le compter avec les autres : le même Auteur ne dit rien non plus d'*Artaban*, qui occupa le trône de Perse de même pendant sept mois avant le regne d'*Artaxerxès*, mais il met ces sept mois tous entiers sur le compte de ce dernier : voilà déja une raison de croire qu'il pouroit bien en avoir usé de même à l'égard des neuf mois du regne de *Chaboessoarachus*. I. Part.

De là il s'ensuivroit que *Nabonadius* ne seroit monté sur le trône qu'au milieu de l'Automne de l'année 555 AC, & voici qui semble le confirmer : Quelques Savans ont remarqué que la prise de *Babylone*, dans laquelle *Nabonadius* fut tué, a dû arriver à la fin de l'Eté de l'an 538 AC. *Cyrus* ayant été obligé de détourner le cours de l'Euphrate, il n'auroit pu en venir à bout plutôt à cause de la fonte des neiges des montagnes d'Armenie, qui grossissent beaucoup ce fleuve. Or depuis le milieu de l'Automne de l'an 538 AC, il s'est écoulé à peu près les 17. années que *Ptolomée* donne à la durée du regne de *Nabonadius* (2).

2°. avec le tems de la prise de *Babylone*.

L'on

(2) Mais voici encore une preuve plus décisive & singuliere du tems où *Babylone* fut prise. On trouve dans *Athenée* Lib. IX. du *Deipnosophista* un fragment de Berose, qui, comparé avec les circonstances que Daniel nous apprend de la prise de *Babylone*, ne laissent aucun doute sur le mois & la semaine même où elle est arrivée. " *Berose*, dit „ *Athenée*, rapporte dans le premier „ livre de son Histoire de *Babylone*, „ que l'on célébroit tous les ans dans „ cette Ville le 16. du mois de *Loy* „ & pendant cinq jours, une fête „ appellée *Saceas*; que l'usage étoit, „ pendant ces cinq jours, que les „ Maîtres fussent sous les ordres de „ leurs Domestiques ; que l'un d'eux „ revêtu d'une robe ou manteau „ Royal, étoit comme le Chef de la „ maison, & portoit le titre de *Zo*- „ *gan.*"

I. PART. L'on peut tirer enfin une derniere confirmation du tems de l'année où j'ai supposé que ce Roi monta sur le trône,

„ *gan.*" *Ctesias* parle aussi de cette même fête dans son second Livre de l'Histoire de Perse. Vous trouverez dans ce passage 1°. la circonstance d'une fête semblable à celle des *Saturnales* chez les Romains, & qui étoit sans doute accompagnée de festins : elle se trouve aussi dans *Daniel* (*a*) Ch. V. ℣. 1, 2, 3, 4. *Esaïe* (*b*) Ch. XXI. ℣. 4, 5.

2°. Cette fête étoit appellée *Saceas*, nom qui revient parfaitement à celui du fameux Dieu *Sac* ou *Sesac*, dont il est parlé dans le même endroit de *Jeremie* Ch. LI. ℣. 41. (*c*) & ailleurs.

3°. Cette fête se faisoit sans doute à son honneur, comme l'a remarqué CASAUBON, & c'est aussi ce que semble indiquer le passage de *Jeremie* que je viens de citer, comparé au ℣. 4. du Chapitre V. de *Daniel.* On trouve encore 4°. dans ce même fragment de *Berose* une circonstance qui a bien du rapport à celle dont parle *Daniel* dans les ℣. 1. 7. & 29. (*d*) de ce même Chap. V. On découvre en effet dans cette coutume dont

(*a*) ℣. 1. *Le Roi Belsatsar fit un grand festin à mille de ses Gentils-hommes, & il buvoit le vin devant ces mille.*

2. *Et ayant un peu bû, il commanda qu'on apportât les vaisseaux d'or & d'argent que Nebucadnetzar son pere avoit tirés du Temple qui étoit à Jerusalem, afin que le Roi & ses Gentils-hommes, ses Femmes & ses Concubines y bussent.*

3. *Alors furent apportés les vaisseaux d'or, qu'on avoit tirés du Temple de la maison de Dieu qui* étoit *à Jerusalem; & le Roi & ses Gentils-hommes, ses Femmes & ses Concubines y burent.*

4. *Ils y burent* donc *du vin, & louerent leurs Dieux d'or, d'argent, d'airain, de fer, de bois & de pierre.*

(*b*) ℣. 4. *Mon cœur a été agité ça & là, & un tremblement m'a épouvanté; on m'a rendu horrible la nuit de mes plaisirs.*

5. *Qu'on dresse la table, qu'on fasse le guet, qu'on mange, qu'on boive; levez-vous, Capitaines, oignez le bouclier.*

(*c*) *Comment a été prise Sesac? & comment a été saisie* celle qui étoit *la louange de toute la terre? Comment Babylone a-t-elle été reduite en désolation parmi les Nations?*

(*d*) ℣. 1. *Le Roi Belsatsar fit un grand festin à mille de ses Gentils-hommes, & il buvoit le vin devant ces mille.*

℣. 7. *Puis le Roi cria à haute voix qu'on amenât les Astrologues, les Chaldéens & les Devins; & le Roi parla & dit aux Sages de Babylone : Quiconque lira cette écriture, & me déclarera son interpretation, sera vêtu d'écarlate, & il* aura *un colier d'or à* son *cou, & il dominera le troisieme sur le Royaume.*

℣. 29. *Alors par le commandement de Belsatsar on vêtit Daniel d'écarlate, & on mit un colier d'or à son cou, & on publia de lui, qu'il domineroit le troisieme sur le Royaume.*

trône, du ℣. 27. (3) du Chap. XXV. du II. Liv. des Rois, & du ℣. 31. (4) du Chap. LII. de Jeremie; car l'on voit par ces deux passages qu'*Evilmerodac* étoit déja sur le trône tout au commencement du mois de Mars de l'année 562.; le commencement du premier mois de l'année Judaïque qui commença l'an 561. tombant environ sur les premiers jours du mois d'Avril de l'année Julienne; & par conséquent le 27, du douzieme de cette même année Judaïque, sur le commencement de Mars de l'année Julienne 562. Or depuis le commencement de Mars 561. jusqu'à la fin de l'Eté 538. qui tomboit alors sur le milieu de Septembre, ou à cause de

I. Part.

3°. avec l'Ecriture.

dont parle *Berose*, de revêtir dans cette fête l'un des Domestiques de la maison d'un habit Royal, & de lui donner l'aurorité & le titre de *Zogan*, on y trouve, dis-je, parfaitement ce qui fournit au Roi de Babylone l'idée de la promesse qu'il fit à *Daniel*, que s'il pouvoit lire cette écriture, & lui en donner l'interpretation, il seroit vêtu d'écarlate, orné d'un collier d'or à son cou, & qu'il domineroit le troisieme sur le Royaume, ou seroit la troisieme personne de l'Etat, c'est-à-dire, le second après le Roi. Enfin le titre de *Zogan* est remarquable par sa signification, & par l'exactitude avec laquelle *Berose* & *Athenée* nous l'ont conservé: il se trouve précisément le même dans le Chaldéen & l'Hebreu סגן & signifie également dans ces deux Langues, un Gouverneur, un Vice-Roi. Voyez encore là-dessus *Scaliger* dans ses Notes sur les fragmens de *Berose* à la fin de son Ouvrage, *de Emendatione temporum*, *pag.* 18., quoique ses remarques ne s'accordent pas entierement avec celles que je viens de proposer; ce savant Chronologiste nous apprend que le mois Chaldéen de *Loy*, étoit le même que l'*Elul* ou le 6e. mois des Juifs, qui tomboit sur la fin de l'Eté ou le commencement de l'Automne, le 7e. mois commençant toujours 15. jours au plus devant ou après l'Equinoxe de Septembre

(3) *Or il arriva la trente-septieme année de la captivité de Jehojachim Roi de Juda le vingt-septieme du douzieme mois, qu'Evilmerodac Roi de Babylone, l'année qu'il commença à regner, tira hors de prison Jeojachim Roi de Juda, & le mit en liberté.*

(4) C'est le même Verset que le précédent.

I. Part. de la forme de l'année Lunaire sur le commencement du même mois, il y a plus de 23. années *Nabonassariennes* & 6. mois & quelques jours; ajoutant à cet intervale quelque chose pour le tems dont le commencement du regne d'*Evilmerodac* a pu preceder le commencement de Mars 561, on aura, à très-peu près, la somme entiere des regnes des Rois *Evilmerodac*, *Nerigliſſor*, *Laboroſoarchod*, *Nabonadius*. Cette somme, (en comptant à part les neuf mois de *Laboroſoarchod*,) sans les confondre avec le tems des regnes de son prédecesseur, & de son successeur, devant être, comme nous l'avons vû, de 23. ans & 9. mois.

Enfin on peut remarquer que *Ptolomée*, pour retrancher ce qu'il avoit donné de trop à *Nabonadius*, en mettant sur son compte tout le regne de *Laboroſoarchod*, a fait la même chose par rapport à *Cyrus* son successeur, en lui donnant les neuf premiers mois de l'année 538, quoiqu'appartenans à *Nabonadius*.

Tems où *Daniel* eut cette vision.

Ce fut, comme je l'ai dit, dans la troisieme année de ce Prince, que *Daniel* eut la vision qu'il rapporte dans le Chap. VIII. de son Livre. Si le Prophête a suivi dans la datte de sa prophétie cette exactitude qu'il semble avoir dû employer, il s'ensuivra qu'il aura reçu cette Prophétie depuis le milieu de l'Automne de l'an 553. jusques à celui de l'an 552 AC. On pourroit cependant avancer les limites de cette troisieme année de *Belſatſar* ou de la datte de la vision de *Daniel* d'environ quatre mois; on pourroit supposer, dis-je, que cette année auroit commencé avec le Printems, & le mois de *Niſan* de l'an 552, & fini avec l'Hyver & le mois d'*A-*

dar

dar de l'an 551. : la raiſon en eſt, que les Auteurs Sacrés ont accoutumé de compter les années des Rois par celles du Calendrier Eccléſiaſtique des Juifs, ou en les accommodant aux époques de ce Calendrier. I. Part.

J'ai fait voir ci-deſſus qu'il étoit vraiſemblable qu'*Eſdras* avoit mis l'année Judaïque qui commença l'an 464 A C. toute entiere ſur le compte d'*Artaxerxès*, par la raiſon que ce Prince étoit monté ſur le trône cette année-là, quoique ſeulement dans ſon ſeptieme mois. J'ai même obſervé que le regne de l'Uſurpateur *Artaban*, qui régna à peine 7 mois, ſe trouve renfermé tout entier, ou peu s'en faut, dans la premiere partie de cette année Judaïque, & que ç'avoit été là une nouvelle raiſon de regarder cette premiere partie comme appartenante au regne d'*Artaxerxès*, pour ne pas mettre cet Uſurpateur au rang des Rois légitimes, dont les années étoient marquées dans les annales: Par une raiſon contraire, & pour ne pas retrancher du Catalogue des Souverains legitimes de *Babylone*, le Roi *Laboroſoarchod*, il ſe pourroit très bien que les Juifs, & *Daniel* en particulier, lui auront attribué toute l'année Judaïque qui commença l'an 553 A C. & cela eſt d'autant plus naturel, que ſon regne de neuf mois en a rempli la plus grande partie, & même quelque peu de la précedente; il ne ſera pas inutile de remarquer à cette occaſion que *Daniel* Chap. I. ℣. 1. (*a*) place de même dans la 3eme. année du Roi *Jehojakim* un événement qui

B paroit

(*a*) *La troiſieme année de Jehojakim Roi de Juda, Nebucadnetſar Roi de Babylone vint contre Jeruſalem & l'aſſiegea.*

I. PART. paroit par les ℣. 1. & 2. du XXIV. du second Livre des Rois (*a*), etre arrivé dans la 4e. année du même Roi ; ce qui confirme l'idée que je viens de proposer sur la maniere dont *Daniel* a compté les années du Regne de *Nabonid* ou *Belsatsar*.

On cherche le mois de la vision.

Je croirois cependant volontiers la premiere hypotese, sur la maniere dont *Daniel* a dû compter les années de ce Roi, plus vraisemblable. Dans ce cas là on pourroit aisement trouver le mois même dans lequel il a reçu cette vision du Chap. VIII ; c'est ce que je vais essayer, d'autant plus volontiers, que cela me conduira à faire voir un des rapports de cet Oracle avec l'histoire, que je ne crois pas qu'on ait encore remarqué.

Son objet

Il faut d'abord considerer que cette vision a eu en partie pour objet les persecutions des Juifs sous *Antiochus Epiphanès*, & que par conséquent les ℣. 13. & 14. (*b*) de ce Chap. VIII, peuvent fort bien avoir eu leur accomplissement dans ce tems là, de même que quelques autres qui s'y rapportent surement ; jose dire cepen-

(*a*) *De son tems Nebucadnetsar Roi de Babylone monta* contre Jehoiakim, *& Jehojakim lui fut asservi l'espace de 3. ans. Puis ayant changé de volonté, il se rebella contre lui.* (℣. 2.) *Et l'Eternel envoia contre Jehojakim des Troupes de Chaldéens, & des Troupes de Syriens ; & des Troupes de Moab, & des Troupes des Enfans de Hammon. Il les envoya, dis-je, contre Juda pour le detruire, suivant la parole de l'Eternel qu'il avoit prononcée par le moyen des Prophêtes ses serviteurs.*

(*b*) *Alors j'ouis un Saint qui parloit, & un Saint disoit à un certain qui parloit ; jusques à quand* durera *cette vision* touchant *le sacrifice continuel* & touchant *le forfait qui cause la desolation, pour livrer le sanctuaire & l'armée à être foulés.*

cependant, que tous les efforts que les Interprêtes ont faits jusques ici, pour appliquer aux persecutions *d'Antiochus*, l'Oracle des 2300 soirs & matins, n'ont abouti à rien; Mr. *Jurieu* pour y trouver un tems qui pût être comparé à cet intervalle, a fait de sa tête & sans l'authorité ou le témoignage d'aucun historien, un arrangement & une Chronologie des principales circonstances de cette persecution. Quand elle seroit possible & même vraisemblable, il suffiroit qu'elle fut imaginaire, pour ne pouvoir pas être regardée comme l'accomplissement d'un Oracle.

I. PART.

n'a pu être jusques ici trouvé dans les Persecutions d'Antiochus.

Quelques Commentateurs, dont on a rapporté les opinions, dans les notes de la grande Bible françoise de *Des Marêts imprimée chez les Elzevirs in folio*, ont crû trouver précisement cet espace de 2300 jours, dans certains intervalles de tems écoulés entre divers Evénemens particuliers de cette persecution. Il ne faut que lire ces explications, à la reserve d'une seule, pour sentir leur peu de justesse; je dis à la reserve d'une seule. En effet, l'opinion de ceux qui prétendent devoir prendre cet intervalle de 2300 jours, depuis celui ou *Menelaüs* alla offrir ses services à *Antiochus*, jusques à celui de la purification du temple par *Judas Maccabée*, paroit d'abord assez vraisemblable: il y manque cependant une condition essentielle, c'est la vérité. On avance dans cette explication, que le jour où *Ménélaüs* offrit à *Antiochus* ses services, étoit le sixieme du sixieme mois de l'an 171 A C. & l'on cite là-dessus le Chap. VI. du XII. livre des Antiq. Judaïques de *Joseph*. Non seulement cet Historien ne dit rien du mois ni

I. PART. du jour, où ces Commentateurs placent ce fait; mais il paroit même par la suite de sa narration, de même que par celle des *Maccabées*, qu'il étoit arrivé dans l'année 172 A C, à laquelle Mr. Prideaux l'a effectivement rapporté.

Après avoir ainsi prouvé la fausseté des applications ordinaires de cet Oracle aux persecutions d'*Antiochus*, on me permettra de proposer celle que je crois avoir trouvée.

Nouvelle application des 2300 soirs & matins; ceque c'est que 2300. &c.

J'ai supposé d'abord 1°. que le Prophête par cette expression singuliere, jusques *à soir & matin* 2300, faisoit allusion au sacrifice continuel dont il parle aux versets précedents, & qui se celebroit deux fois chaque jour le matin & le soir. Celui-ci est mis apparemment le 1r. dans l'Oracle, parce que les Juifs commençoient leurs jours le soir après le soleil couché. De là je conclus que ce nombre 2300, étoit plutôt celui des sacrifices que celui des jours, & par consequent designoit un intervalle la moitié moindre, ou de 1150. jours. (5)

2°. Ayant remarqué, comme je l'ai dit tout à l'heure,

(5) D'ailleurs on a remarqué que cette expression *soir & matin*, qui paroit d'abord singuliere & mistérieuse, n'est dans le fond qu'une expression toute simple, pour désigner un jour entier, ou ce que nous appellons les 24 heures. Les Grecs se servoient du mot νυξ σημέρον c. a. d nuit & jour, qui revient précisément au même; de sorte que les 2300. *soirs & matins de Daniel*, ne feront autre chose que ce que les Prophêtes entendent ailleurs par le terme de *jours*. Or ces 2300 jours peuvent être *Prophétiques*, ou *naturels*. On ne réussira pas mieux à expliquer l'Oracle, en les prenant comme on a fait tout à l'heure, pour 1150. jours ou 1150. ans.

re, l'impossibilité de trouver dans le tems même des persecutions d'*Antiochus*, aucun intervalle auquel ce nombre de 1150. jours put s'appliquer : ayant de plus 3°. observé que l'expression même dont le Prophête se sert au ℣. 13. en disant, (6) *jusques à quand la vision*, indiquoit plutôt l'intervalle de tems qui devoit s'écouler depuis le moment, où la vision avoit été donnée, jusques à celui où elle devoit s'accomplir, que la durée des Evénemens annoncés dans cette vision; ayant dis-

I. Part.

Ce que designe l'expression *jusques à quand*

(6) On peut sentir que l'expression, *Jusques à quand*, indique plutôt l'intervalle de temps qui devoit s'écouler depuis le moment où la vision avoit été donnée, jusques à celui où elle devoit s'accomplir, que la durée des Evénemens annoncés dans cette vision, en comparant cette question avec celle qui se trouve sur la fin du ℣. 5. du Chap. XII. Voici comme porte à la lettre l'original, *Jusques à quand* la fin *de ces merveilles.* Il est sûr que dans ce passage il s'agit non de l'intervalle qui devoit s'écouler entre le temps où la vision est donnée, & celle où elle s'accomplira; mais du tems pendant lequel dureroit l'objet de la vision même il n'y a aucun Interprête qui ne le reconnoisse, comme en effet il faut en convenir; puis que, soit que l'on prenne *ce temps*, *ces temps*, & *cette moitié de temps*, ℣. 7. pour trois ans est demi naturels, ou pour trois ans & demi Prophetiques, il n'est arrivé ni trois ans & demi, ni 1260 jours après l'époque de cette Vision, (ch. X. 1.) quoi que ce soit, à quoi l'on puisse l'appliquer. Or il est bien aisé, en comparant ces expressions differentes, *jusques à quand la fin de ces merveilles* ℣. 13. du Chap. VIII. & *jusques à quand cette Vision touchant &c.* il est bien aisé, dis-je, de sentir qu'elles doivent désigner aussi des idées differentes, & il n'y a aucune apparence, que si le Prophête eût voulu marquer par la seconde la même chose qu'il a exprimée dans la premiere, il n'eût employé cette premiere même dans ces deux passages, plutôt que de se servir d'une maniere de parler, qui, comme la seconde, semble désigner toute autre chose; il paroit donc que Daniel en disant dans le ℣. 3. du Chapitre VIII. *Jusques à quand cette Vision* touchant &c. a voulu parler de l'intervalle de temps qui s'écouleroit depuis le moment auquel elle s'accompliroit.

I. Part. dis-je, fait ces deux dernieres remarques, j'en conclus que c'étoit dans cet intervalle qu'il falloit chercher l'espace de 1150. jours, ou 2300. soirs & matins, s'il étoit vrai que cet Oracle pût aussi regarder *Antiochus Epiphanès.* Mais l'intervalle écoulé depuis l'an 552, où *Daniel* reçut cette vision, jusqu'à l'an 168 AC. où commença proprement la grande persecution de ce Prince, est de 384. ans, quel raport y a-t-il de cette intervalle à celui de 1150. jours; c'est ce que j'espere de faire voir, dès que j'aurai déterminé le tems précis du commencement de cette persecution; je dis que ce fut la veille ou au moins avant la fête de la, Pentecôte c. à d. avant la seconde fête de l'année Judaïque, qui repond à l'an 168 A C: c'est ce qui paroit d'abord par la maniere dont *Josephe* & les *Maccabées* représentent le trouble & le desordre prodigieux qu'elle, causa dès les premiers jours où elle éclata; ce qui semble supposer qu'il y avoit alors à *Jerusalem* un concours de peuple extraordinaire. Ce que les Auteurs ajoutent, qu'*Apollonius* attendit même au jour du Sabbat, pour rendre l'épouvante & le trouble plus grand, fait croire encore qu'étant (comme il étoit sûrement) aussi voisin de la Pentecôte, il n'auroit pas negligé une circonstance aussi propre pour son but. Enfin le tems où cette fête dût se celebrer cette année, savoir, depuis le 12e. jusqu'au 19e. de Juin, comparé (comme on le peut voir dans Mr. Prideaux lib. XI. année 168.) avec les circonstances du tems où *Antiochus* entra en *Egypte*, & de celui où il en repartit, confirme l'idée que la persecution qu'il fit aux Juifs commença effectivement dès la fête de

A quoi il faut rapporter les 2300. s. & m.

La Persecution commence avant la Pentecote.

1re. Preuve

2me.

3me.

de la Pentecôte. Je pourrois y ajouter encore une 4e. raison tirée du ℣. 11. du XII. de *Daniel*, que nombre d'Interprêtes ont appliqués au tems de cette persecution. Car il est sûr par *Josephe* & le Livre des *Maccabées*, qu'elle finit entierement le 25e. du 9me. mois de l'année 165, lors que *Judas* purifia le temple de toutes les abominations qui le souilloient, & rétablit le sacrifice continuel. Or selon le passage que je viens de citer, la cessation de ce sacrifice ayant dû durer 1290 jours, auroit dû commencer dès le 5e. jour du 3e. mois de l'année 168, c'est à dire, le premier jour avant la veille de la fête de la Pentecôte; car trois années Judaïques (lunaires) 8 mois & 25 jours faisant 1353 jours & 21 heures, ou 1354 jours, si l'on en ôte 1290, il restera 64 jours; ôtant de ces 64 jours les 59 contenus dans les deux premiers mois de l'année, il viendra le 5e du 3e mois depuis le 25e. jour du 9e. mois. Si les Juifs, comme on doit le supposer, ont employé, dans ce tems là, pour leur Calendrier, la Periode Calippique, il suivra (voyez la table de Scaliger pag. 260 & 261,) que le 25e. de *Casleu* de l'an 165 A C. sera tombé sur le mardi 25me. de Novembre, & le 5e. de *Sivan* de l'an 168 A C. sur le samedi 14e. May. C'est aussi ce que trouve *Scaliger* pag. 584, & ce qui s'accorde avec la relation du Livre II. des *Maccabées*, chap. V. ℣ 25. qui marque que la persecution commença un jour de Sabbath, qui, à ce qu'il paroît même, étoit voisin d'une fête. Cependant comme dans le calcul precedent, on suppose que le 14e. de *Nisan* des années 165, 168, seroit tombé avant

I. Part. 4me.

Scaliger le trouve de même.

Nouvelle observation.

I. Part. avant ou du moins trop près de l'Equinoxe, il y a plus d'apparence que le commencement de ces deux années, & par conséquent toute la suite des mois, des jours, & des fètes, fut renvoyée d'un mois entier.

Ce qui en resulte

Suivant cette nouvelle observation, le 25e. de *Casleu* de l'an 165 seroit tombé sur le Jeudi 25. Decembre & le 5e. de *Sivan* de l'an 168. sur le Dimanche 12e. Juin; mais il se trouve par la translation de *Tysri* de l'an 165, que du 5me. de *Sivan* de l'an 168, au 25e. de *Casleu* 165, (suivant cette seconde supputation,) il y a 1291 jours, & même si l'on suppose que la persecution ait commencé le Samedi 4me. de *Sivan*, il y auroit jusqu'au 25e. de *Casleu* 1293. jours, au lieu de 1290. qui sembleroient devoir s'y trouver: Cependant on pourroit avec raison regarder *l'abomination enlevée* & la pureté du Saint lieu rétablie avant le 25me. de *Casleu*, comme il paroît par les preparatifs qui se firent avant ce jour là pour la dedicace du Temple *I. Maccab. IV.* 48. 49. 50. 51. & par consequent on pouroit avec fondement admettre la seconde supputation que je viens de faire, que la persecution, ou cessation du sacrifice commença le Samedi 11. Juin 168 au soir, & finit *le Mardi inclusivement* 22e. Decembre ou 22e. de *Casleu*, la Dédicace du Temple s'étant faite trois jours après. Mais une raison qui me porte à préferer ce dernier calcul à celui de Scaliger, c'est qu'il me paroît plus vraisemblable, que les troupes d'*Antiochus* n'arriverent *d'Egypte à Jerusalem* qu'au mois de Juin, au lieu que suivant le calcul de Scaliger, elles auroient dû arriver avant le 14e. de May.

Quoi

I. PART.

Application des 2300. soirs & matins.

Quoi qu'il en soit, il me paroit au moins bien prouvé que la cessation du sacrifice commença avant la Pentecôte de l'an 168. Cela posé, je dis qu'il est aisé de trouver le rapport qu'il peut y avoir entre le nombre de 2300. soirs & matins, ou comme j'ai dit de 1150 jours, & l'intervalle de 384 ans écoulés depuis la date de la Prophétie, jusques au tems de son accomplissement. Je remarque d'abord que les jours dont il s'agit pourroient bien être, non simplement des jours de sacrifices ordinaires, mais des jours de sacrifices solemnels : or l'on sait que ces jours étoient chez les Juifs au nombre de trois dans chaque année, *Deut. XV.* 16. *Exode XXIII.* 17. De sorte que le nombre de 1150 jours de cette espèce, repondroit à un intervalle de 383 ans plus une fête, ou de 384 ans moins deux fêtes. Supposons que *Daniel* ait reçû cette vision après la fête des Tabernacles de l'an 552. celle de Pâques de l'année suivante 551, seroit le 1er. des 1150 jours; de celle-ci à l'an 168. il y auroit un intervalle de 383 ans qui comprend précisement 1149 fêtes. Cette Pâque de l'an 168. seroit donc le 1150me. jour de sacrifice solemnel, depuis la date de la vision de *Daniel*, en même tems, que le dernier avant la persécution d'*Antiochus*. En admettant donc l'explication que j'ai donnée *des 2300 soirs & matins, jusques auxquels*, (ou à la fin desquels) doit être renvoyé l'accomplissement de la vision, il s'ensuivroit que *Daniel* l'auroit eûe après la fête des Tabernacles de l'an 552, c'est-à-dire après le 22me. de *Tysri*; mais la 3me. année de *Belsatzar* ayant fini, comme il a été dit ci-devant,

 envi-

I. Part. environ ſur le milieu de l'Automne de la même année 552, il s'enſuivra enfin que *Daniel* aura reçu la viſion, rapportée au Chap. VIII., dans le court intervalle de tems qui s'eſt écoulé depuis le 22me. de *Tyſri* de l'an 552. juſques au milieu de l'Automne de cette même année.

Explication du ℣. 12. du Chap. VII.

Avant que d'en venir à la ſeconde partie de cette Diſſertation, il faut encore dire quelque choſe pour l'explication Chronologique d'un autre oracle de Daniel, qui regarde, de même que ceux dont je viens de parler, la durée de quelques événemens, mais d'événemens paſſés. C'eſt le ℣. 12. du Chap. VII. où il eſt dit, *que la domination fut auſſi enlevée aux autres bêtes, après que la vie leur eut été prolongée juſques à un tems & un tems*; je ne ſache pas qu'aucun Commentateur ait réüſſi dans l'explication de ce Paſſage : je ne ſai ſi je me trompe, mais il me paroit qu'elle étoit cependant bien ſimple & bien naturelle. La voici en forme de Paraphraſe : *La domination des Perſes & des Grecs, fut auſſi détruite, après qu'elle eut duré pendant deux tems ou* 720 *ans.* Or il eſt aiſé de prouver que cet intervalle a été effectivement celui de la durée des trois premieres Monarchies. *Ptolomée*, le Chronologiſte le plus exact que nous ayons ſur cette partie de l'Hiſtoire ancienne, ne fait remonter le Royaume de *Babylone* qu'au regne de *Nabonaſſar*, qui commença, comme on le ſait, 747 ans avant la naiſſance de Nôtre Seigneur. Le même Auteur place à la fin du Regne de *Cleopatre* ou du Royaume d'Egypte, le dernier reſte de l'Empire des Grecs 294 ans après la mort d'*Alexandre*, c'eſt

c'eſt-à-dire 718 ans après le commencement de l'Empire *Babylonien*, ce qui eſt bien approchant des 720 ans, ou des deux tems de *Daniel*; mais on pourroit encore avec quelque fondement conſiderer cette durée des trois premieres Monarchies comme de 720 ans juſtes: on n'auroit pour cela qu'à la pouſſer juſques à l'année où la 4e. Monarchie fut, pour ainſi dire, bien reconnue & caractériſée par le titre particulier donné à ſes Souverains; car on ſait que ce ne fut que l'an 27. qu'ils reçurent le titre d'*Auguſte*, dans la perſonne d'*Octavien*, & que ce n'eſt que depuis cette année là que l'on commença à datter les années de leur Regne. I. Part.

Le rapport de ce paſſage avec l'Evénement, joint au ℣. 6. 14. du XII. de l'*Apocalypſe* comparés enſemble, me paroit prouver aſſez clairement que par les *trois tems & demi* du ℣. 7. du XII. on doit entendre un eſpace de 1260 ans.

Uſage des principes Chronologiques precedens.

L'on va voir enfin l'uſage de cette conſequence & de quelques uns des principes poſés ci-deſſus, pour la découverte du rapport ſingulier que ce paſſage & ceux du ℣. 1r. & 14e. du VIII. ont avec les principes de l'Aſtronomie; ce qui eſt la ſeconde choſe que je me ſuis propoſé de faire voir.

SUITE DES REMARQUES SUR DANIEL.

SECONDE PARTIE

ASTRONOMIQUE.

II. PART. JE pourrois l'indiquer d'abord d'une façon abregée & assez singuliere, en proposant de déterminer par le moyen de ce Chap. VIII. ℣. 1. & 14. & de celui du Chap. XII. ℣. 7. les cinq Elemens de la Theorie du Soleil, d'une maniere autant & plus exacte, que par les meilleures methodes Astronomiques. Rien n'est cependant plus vrai, comme on va le voir.

Cycle de la 1ere espece

L'on sait ce que c'est qu'un Cycle, c'est-à-dire, un espace de tems qui fait harmoniser differentes revolutions célestes, en comprenant chacune d'elles, certain nombre de fois précisement sans reste & sans fraction. Tel est par exemple l'espace de 4 années Juliennes ou 1461 jours, qui selon les idées des anciens, devroit contenir exactement quatre années solaires & 1461 jours, en sorte que le soleil supposé le 12e. d'Avril 1749. à midi à Paris, dans 22°. 40′ d'Aries, devroit dans 1461 jours & à la même heure de midi, se retrouver précisement dans le même endroit. L'erreur est comme on sait de 44′ d'heure. Ce Cycle là est de la premiere espece, savoir de ceux dont on se sert pour accorder les années solaires avec les jours.

Ceux de la seconde espece sont destinés à faire rencontrer les années, ou mois lunaires avec les années solai-

ſolaires. Tel eſt le Cycle de *Meton* ou de 19 ans: Cet ancien Aſtronome ayant ſuppoſé que ſi le Soleil & la Lune ſe trouvoit le 1er. jour d'une année, par exemple, en conjonction dans un certain point de l'Ecliptique, ils devoient s'y retrouver encore au bout de 19 années ſolaires & de 235 mois lunaires complets, ſans aucun reſte. L'erreur de ce Cycle eſt d'environ $2^h. 3'$. dont l'année Solaire finit plus-tôt que la Lunaire. II. Part.

Ceux de la 3e. eſpece doivent accorder enſemble les jours Solaires & les mois Lunaires; comme par exemple, le Cycle de 1447 jours entiers, qui comprend en même tems 49 mois Lunaires à $1' \frac{1}{2}$ près. de la 3me eſpece.

Enfin on peut faire une quatrieme eſpece de Cycle, de ceux, qui, reüniſſant ceux des Claſſes precedentes, font harmoniſer tout à la fois l'année Solaire, le mois Lunaire & le jour. Tel devoit être le Cycle de *Meton*, & mieux encore la periode de *Calippe*. 4me eſpece.

La découverte de ces Cycles a été l'objet des recherches de preſque tous les Aſtronomes & des Chronologiſtes, & elle leur a paru ſi difficile, qu'ils ont preſque poſé en fait, qu'elle étoit impoſſible, du moins celle du 4me. Cycle. Elle a été juſques à préſent une eſpece de pierre Philoſophale dans l'Aſtronomie, comme le mouvement perpetuel dans la Méchanique. Il y a quelque tems que cherchant à m'aſſurer ſi effectivement il n'étoit pas poſſible d'en venir à bout, je commençai par la ſeconde eſpece de Cycles. Suppoſant le mois lunaire de 29 jours $12^h. 44'. 3''$. (l'erreur n'eſt que de $7'''$. de moins) & l'année Solaire de 365' $5^h 49'$ (l'erreur n'eſt que de $5''$ de trop) je remarquai, Recherche des Cycles de cette derniere eſpece.

 qu'en

II. PART. qu'en ajoutant de part & d'autre deux espaces de tems proportionnels à ces deux revolutions, savoir 57″ à la 1re. & 11′ à la seconde, leur rapport devenoit à fort peu près celui de 29 jours 12h $\frac{3}{4}$ à 365 jours $\frac{1}{4}$ ou de 2835 quarts d'heures à 35064 quarts d'heures, ou en divisant ces deux nombres par 9 qui est leur commune mesure, comme 315. à 3896. Ce rapport étoit tout à la fois & assez simple & assez exact, puis qu'en rendant au mois Lunaire sa véritable longueur de 29 j. 12h. 44 3″ 7‴ celle de l'année Solaire resultoit de 365j. 5h. 48′ 16″, c'est-à-dire, de 39″ seulement trop courte. De là je conclus qu'au bout de 315 années Solaires & de 3896 mois Lunaires, le Soleil & la Lune devoient revenir ensemble, à fort peu près, au même point de l'Ecliptique. On trouve effectivement, qu'au bout de 315 années Juliennes 2 jours 4h. 27′, ou au bout de 115051 jours 4h. 27′, le Soleil & la Lune reviennent à 7′ ou 8′ de degré près au même point du Ciel d'où ils étoient partis; ces 7′ ou 8′ de degrés font une erreur de 3 h. 24′ par rapport à l'année Solaire qui finiroit 3 h. 24′ après la Lunaire, c'est-à-dire, qui recommenceroit pour la 316me. fois au bout de 115051 jours 7h. 51′. Cette difference de 3 h. 24′ entre la durée de 315 années Lunaires, & celles de 315 années Solaires, où cette erreur du Cycle de 315 ans est à celle du Cycle de Meton comme $\frac{3^{h}.\ 24'}{315.} : \frac{2^{h}.\ 3'}{19}$ ou $\frac{8^{h}.\ 12'}{76}$ :: 3838 : 38745, ou comme 1 à 10, c'est-à-dire, qu'elle n'en est que la dixieme partie.

Cycle de 315 ans.

Ce Cycle de 315 ans ainsi trouvé, je remarquai ensuite

suite qu'il étoit le quart du Periode de 1260 ans, ou des 3 ½ tems de Daniel Chap. VIII. 12 (*a*) & XII. (*b*) 7. comparé avec Apocal. XII. 6, (*c*) & 14. (*d*), & par consequent que ce periode prophétique étoit aussi lui-même un Cycle Lunaire, de maniere qu'au bout de 1260 années Juliennes — 11 jours + 17^h. 46′, ou au bout de 1260 années Juliennes — 10 jours + 6^h. 14′, ou de 460205 jours + 6^h. 14′ le Soleil & la Lune revenoient à un demi degré près au même endroit de l'Ecliptique, & qu'au bout de 1260 années Juliennes — 10 jours + 7^h. 23′, ou de 460205 jours 7^h. 23′ le soleil revenoit au même point de l'Ecliptique précisement.

II. Part.

Cycle de 1260 ans.

Ce Periode a non seulement l'avantage de comprendre un nombre rond d'années, & un nombre même fort

Son avantage.

(*a*) *Et un certain tems* lui *fut donné par la deloyauté contre* le Sacrifice continuel, & elle jetta la verité par *terre & fit* de grand exploits, *& prospera.*

(*b*) *Et j'entendis l'homme vêtu de lin, qui* étoit *au dessus des eaux du fleuve, lequel ayant élevé* sa main *droite & sa* main *gauche vers les Cieux, jura par celui qui vit éternellement, que* ce sera *jusques à un temps, à des temps, & une moitié* de tems; *& quand il aura achevé de disperser la force du Peuple saint, toutes ces choses là seront accomplies.*

(*c*) *Et la femme s'enfuit dans un desert où elle a un lieu préparé de Dieu, afin qu'on la nourisse là mille deux cens soixante jours.*

(*d*) *Mais deux aîles d'un grand aigle furent données à la femme, afin qu'elle s'envolât de devant le serpent en son lieu, où elle est nourie par un temps, & par des temps, & par la moitié d'un tems.*

Il est manifeste 1° que par ces deux derniers versets, dans le stile de l'Ecriture, *un temps. des temps, & une moitié de temps* valent 1260 jours. Ces deux passages étant paralleles.

2°. Un temps valant un an ou 360 jours, (on l'a vu dans l'explication du ℣. 12. Chap. VII. pag. 18. & suivantes,) *des temps* vaudront *deux temps.*

II. Part. fort remarquable par la multitude de ses parties aliquotes (car 1260 est divisible par 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 18, 20, 21, 28, 30, 35, 36, 42, 45, 60, 63, 70, 84, 90, 105, 126, 140, 180, 210, 252, 315, 360., c'est-à-dire, par 35 diviseurs, ce qui est, je crois, le plus grand nombre de diviseurs que puisse avoir un nombre de cette espece), mais encore celui de renfermer un nombre de jours, dont la durée entiere tient à peu près le milieu entre celles des années Lunaires & des années Solaires (a) que le même nombre comprend.

Cycle de 2300 ans.

Le raport de ce Période, destiné par le St. Esprit à designer des Periodes civils, avec la durée des Periodes les plus remarquables des mouvemens Célestes, me fit conjecturer, qu'il en pourroit bien être de même de celui de 2300 ans. J'examinai donc ce dernier par les Tables Astronomiques, & je trouvai qu'au bout de 2300 années Gregoriennes moins 6h. 14', ou de 840057 jours moins 6 heures 14'. le Soleil & la Lune revenoient à un demi degré près au lieu d'où ils étoient partis, & qu'au bout de 840057 jours + 7h. 23' le Soleil revenoit précisement au même point de l'Ecliptique; d'où il s'ensuivoit que ce Periode prophétique de 2300 ans, remarquable aussi par le nombre de ses parties aliquotes, & parce qu'il renferme un nombre entier de Siecles, étoit encore un Periode Cyclique, & ce Periode Cycli-

(a) La longueur de l'année Solaire dont je me sers ici, est celle qui resulte d'un Cycle parfait de la quatrieme espece, dont nous parlerons tout à l'heure, & qui tient le milieu entre les differentes déterminations des plus habiles Astronomes Modernes.

Cyclique étoit d'autant plus parfait, que quoique 30 fois plus long que la Periode de *Calippe*; l'erreur en est cependant bien moins que double, puis qu'elle ne va qu'à 13 h. 37′ & qu'étant repartie proportionnellement sur un espace de 70 ans, elle se reduit a 29′, c'est-à-dire, à la 17e. partie de l'erreur de cette Periode Calippique, que j'ai dit tout à l'heure être de 8h. 12′. II. PART.

L'égalité des erreurs de ce Cycle de 2300 ans (*a*) avec celles du précédent (*b*) me fit bien-tôt conclure que leur difference, savoir 1040 ans, devoit en être entierement exempte & donner un Cycle parfait, d'autant plus remarquable, qu'il réünit en même tems les trois especes de Cycles & forme par consequent ce fameux Cycle de la quatrieme espece inutilement cherché pendant longtems, & crû enfin chimerique ou impossible; ayant donc examiné ce periode de 1040 ans par les Tables des plus Celebres Astronomes Modernes, j'ai trouvé qu'il tenoit à peu près le milieu entr'elles, comme on poura le voir dans cette petite Table.

Cycle parfait de 1040 ans.

(*a*) Il ne sera pas inutile de rappeller au lecteur le rapport qui se trouve entre les 2300 *soirs & matins* & les 1260 *jours*. Il a vu dans la Partie Chronologique de ces Remarques, que les premiers designoient l'espace compris entre le temps où *Daniel* eut sa vision, & celui ou elle commença à s'accomplir (ou le commencement de la Persecution d'Antiochus) & les seconds, la durée de cette persecution.

(*b*) Le Cycle de 1260 ans.

II. Part.

Selon M M.	Le ſoleil fait en 379852 jours entiers, 1040 Revolutions complettes à l'égard du 1er. point du ♈.	La Lune fait en 379852 jours entiers, 12863 Revolutions complettes à l'égard du Soleil.
Caſſini.	+ 2′ 1″	+ 1′ 59″
Flamſteed.	— 1′ 39″	+ 7′ 40″
De la Hire.	+ 3′ 33″	+ 3′ 30″
Bouillaud.	— 5′ 18″	— 11′ 30″
Tycho.	+ 7′ 23″	+ 4′ 20″
quelques autres.	— 1′ 30″	— 8′ 37″
Par un milieu.	+ 0′ 45″	— 0′ 26″

Ces différences ſont abſolument inſenſibles ſur un ſi grand eſpace de tems, & il étoit même impoſſible que les meilleures tables Aſtronomiques puſſent en être exemptes, vû l'imperfection des anciennes obſervations ſur leſquelles elles ſont fondées. D'où il ſemble qu'on doit conclure, ſelon toutes les apparences, que cet eſpace de 1040. ans, ou revolutions Solaires, indiqué en quelque façon par le St. Eſprit, eſt un Cycle tout à la fois *Solaire*, *Lunaire*, & *Diurne*, parfaitement exact. J'en ai trouvé deux eſpéces de confirma-

firmations ſingulieres, dont j'eſſayerai tout à l'heure de rendre compte; mais je vais continuer d'en donner de purement Aſtronomiques. Qu'il me ſoit permis, en attendant, de donner à ce nouveau Cycle le nom de *Cycle de Daniel.* II. PART.

Mr. Caſſini, digne fils de l'Illuſtre Dominique, eſt celui qui a déterminé avec le plus de ſoin la grandeur de l'année Solaire dans le Xe. Chap. du II. Livre de ſes *Elémens d'Aſtronomie* publiés en 1740. De neuf determinations differentes qui (à l'exception d'une ſeule, ſavoir la 7e.) ne different entr'elles que de 10″ d'heure, il n'y en a pas une qui donne l'année plus longue de 365j. 5h. 48′ 53″ (la ſeptieme que j'ai omiſe la donne bien plus courte) celle qui reſulte du Cycle de 1040 ans eſt de 365 jours 5h. 48′ 55″, ou plus longue ſeulement de 7″ ou 8″ d'heure, que celle que M. Caſſini a priſe pour moyenne entre toutes les autres. Cette difference de 7″ ½ ne ſuppoſe qu'une erreur de 15″ de degré dans les obſervations des hauteurs meridiennes priſes par Tycho Brahé, & de 3′ ½ de degré dans celles d'Hipparque. Or ces erreurs, de l'aveu de tous les Aſtronomes, étoient abſolument inſenſibles, ſur les inſtrumens & dans les methodes de ces deux Celebres Aſtronomes.

1ere Preuve de la juſteſſe, du Cycle de Daniel, entant que Cycle Solaire.

Le Cycle Solaire Grégorien, dont pluſieurs Aſtronomes ont fait tant de cas, s'écarte préciſement quatre fois d'avantage de cette détermination de la longueur de l'année donnée par M. Caſſini; il paſſe même 19″ au delà des limites dans leſquelles les meilleures obſervations, comparées entre elles, la donnent, & ſuppoſe

Defaut du Cycle Gregorien.

II. Part. des erreurs de 1′ de degré dans les obſervations de Tycho-Brahé, & de 15′ dans celles d'Hipparque.

Je crois donc être en droit de regarder le Cycle de 1040 ans qui s'éloigne de ces obſervations fondamentales quatre fois moins, que le plus fameux Cycle emploié juſqu'ici, comme un Cycle Solaire, ſinon abſolument parfait, du moins bien aprochant de l'être.

2de. Preuve entant que Cycle Lunaire.

Donnons à preſent une ſeconde preuve de ſon exactitude entant que Cycle Lunaire. Puiſque dans l'intervalle de 379852 jours la Lune fait 12863, ou 12864 — 1 revolutions à l'égard du Soleil, elle en fera $6432 - \frac{1}{2}$ dans 189926 jours; $3216 - \frac{1}{4}$ dans 94963 jours & $1608 - \frac{1}{8}$ dans $47481\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire, au bout de 130 années Juliennes — 1 jour la nouvelle Lune arrivera $12^h. 0' 0''$. après le moment où étoit arrivé le premier Octans, au commencement de ces 130. années.

Or il eſt conſtant par toutes les Tables Aſtronomiques Modernes, que le 1r. Octans Equinoxial moyen de la Lune eſt arrivé l'an 1749. le 11e. Mars Julien à $9^h. 51' 40''$ du matin, ou le 10e. à $22^h. 51' 40''$ tems moyen au meridien de Paris; & par conſequent que la nouvelle Lune moyenne Equinoxiale de l'an 1879. arrivera le 10e. Mars Julien à $9^h. 51' 40''$ du ſoir à Paris, ou à $11^h. 43'\frac{1}{2}$, tems moyen du ſoir au meridien d'Alexandrie d'Egypte.

Deux Cyles ou 2080 ans auparavant elle a dû arriver préciſément à la même heure & à la même minute, mais 16 jours plus tard dans le Calendrier Julien, ſavoir le 26 Mars à $11^h, 43'\frac{1}{2}$ tems moyen à Alexandrie.

Pour

Pour savoir maintenant si cette Nouvelle Lune est arrivée effectivement dans ce moment là, nous ne pouvons mieux faire, puisqu'il ne s'agit pas ici d'une observation immediate, mais du resultat de plusieurs observations; nous ne saurions, dis-je, mieux faire, que de nous en raporter à celui qu'Hipparque avoit déterminé lui-même. Il a été sans contredit le plus habile & surtout le plus exact de tous les Anciens Astronomes; & Ptolomée quoi que postérieur à lui de plusieurs siecles, n'a rien ajouté de considerable à ses déterminations, qu'il ne fait presque que copier. II Part.

De plus la nouvelle Lune moyenne, dont nous voulons apprendre le moment d'Hipparque, se trouve heureusement tomber sur l'an 202 avant l'Ere Chrêtienne, ou l'an 546. de l'Ere de Nabonnassar, c'est-à-dire, un an ou deux, tout au plus, avant le tems de ces trois Eclipses de Lune, dont Hipparque avoit conservé la memoire preferablement à quantité d'autres, & dont il avoit fait un usage particulier pour former sa Théorie des mouvemens de la Lune. Il y a donc tout lieu de croire par ces differentes raisons, que le véritable moment de cette nouvelle Lune moyenne sera assez exactement indiqué par la Théorie & les Tables Lunaires d'Hipparque, que Ptolomée nous a données, sans aucun changement sensible, dans le 4e. Livre de sa μεγαλη συνταξις.

Mais avant que d'en rapporter le Calcul, il faut bien remarquer, que ce tems que Ptolomée & Hipparque appellent moyen, & pour lequel ils ont calculé les Epoques de leurs Tables, différe de $17' \frac{1}{4}$ de celui des Astronomes Modernes.

II. Part. nes. Ces derniers prennent pour Epoque de ce tems moyen, le moment où la longitude moyenne du Soleil eſt égale à ſon Aſcenſion droite vraye.

Ptolomée & Hipparque ont pris au contraire pour cette Epoque le 1r. jour du mois de *Thot* de l'année 747 avant l'Ere Chrêtienne. La longitude moyenne du Soleil étant alors, ſelon eux, de 0°. 45′ ♓ ou de 330°. 45′, & ſon Aſcenſion droite vraye de 335°. 8′ plus avancée de 44′ 23″. De là ils ont conclu que dans tous les autres tems de l'année, & toutes les autres poſitions du Soleil, il faloit pour reduire le tems vrai de leurs obſervations, au tems moyen, ôter conſtamment 4° 23′ des aſcenſions droites, vrayes du Soleil, avant que de prendre leurs differences de ſes longitudes moyennes.

Cette methode doit rendre comme on le voit tou-tes les équations additives du temps vrai plus petites de 17′ ½ d'heure, que les équations additives employées par les Aſtronomes modernes; ainſi il faudra ajouter ces 17′ ½ au tems moyen de Ptolomée & d'Hipparque pour avoir celui des Aſtronomes Modernes, au même inſtant du tems vrai, qui ſeul leur eſt commun.

Cela poſé, l'on trouve donc par les tables que Ptolomée nous a données dans le 4e. Livre du même ouvrage, que le 26e. de Mars Julien de l'an 202. avant l'Ere Chretienne, c'eſt-à-dire, le 15e. jour du mois de *Méchir* de l'an 546 de *Nabonaſſar* à minuit, tems moyen ſelon ſa façon de compter, ou à 12h. 17′ ½ tems moyen ſelon la nôtre, au meridien d'A-lexan-

lexandrie, la diſtance (ἀποχή) ou la longitude, de la Lune au Soleil étoit de 0° 19′ 32″ dont la Lune étoit plus avancée, ce qui donne la nouvelle Lune à 11h. 39′ du ſoir de nôtre tems moyen. II. Part.

Si l'on calcule cette même nouvelle Lune par les Tables Luni-Solaires des Epactes, qui ſont dans le 5e. Livre pag. 138 du même ouvrage, on la trouvera plus avancée de 8′ ou à 11h. 31′ de notre tems moyen; mais il faut remarquer là deſſus, que cette difference entre ces deux Tables & les precedentes, vient certainement de quelque erreur dans les ſecondes, qui, ſelon toutes les apparences, ont été calculées aſſez légérement ſur les principes des premieres, comme cela paroit, en ce que le jour y eſt diviſé ſeulement en 360 parties, & non point en heures & minutes. De plus les premieres ſont celles que Ptolomée employe toujours, lorſqu'il veut comparer les obſervations avec ſa Théorie, ce qui fait voir qu'il les croyoit plus exactes, & qu'elles ont été en effet calculées les premieres, & immédiatement ſur les obſervations mêmes; & ce qui achéve de le prouver, c'eſt que les Tables Luni-Solaires des Epactes, que *Muller* a calculées avec beaucoup de ſoin, & immédiatement ſur les premiers fondemens de la Théorie de Ptolomée, donnent préciſement la nouvelle Lune, dont il s'agit, à 11h. 39′ de notre tems moyen à Alexandrie.

Elle devoit arriver ſelon le Cycle de 1040 ans à la même heure, que celle de l'an 1879 après l'Ere Chrêtienne, ſavoir à 11h. 43′ ½ voila donc l'intervalle de deux nouvelles Lunes moyennes, determiné par les reſul-

II. Part.

resultats immediats des observations des plus habiles Astronomes, avec toute l'exactitude dont ils ont été capables, plus long seulement de $4' \frac{1}{2}$ d'heure, sur 2080 ans, que celui qui resulte de notre Cycle. Je laisse à juger si une petite difference ne peut pas aisément être atribuée aux erreurs inévitables des meilleures observations anciennes.

3me. Preuve entant que Diurne Solaire & Lunaire.

Je vais enfin considerer ce Cycle de 1040 ans, comme Diurne, Solaire & Lunaire, tout ensemble, & faire voir que s'il n'est pas parfait à toute rigueur, c'est du moins le plus exact que l'on connoisse, & que l'on puisse trouver, à moins que d'aller au delà des Periodes de 7500 ou 10000, c'est-à-dire au-delà d'un espace de tems trois ou quatre fois plus long que celui qui s'est écoulé depuis les plus anciennes observations jusques à nous.

1°. Quel que soit le Cycle qui combine exactement la revolution annuelle du Soleil, & celle de la Lune dans un mois, il peut toujours être exprimé de cette façon $C = n \times 1040 + m \times 353$. (*a*)

2°. La totalité des observations Astronomiques, faites en differens siecles, sur les momens des Equinoxes & comparées entr'elles, ne sauroient donner la longueur de l'année trop courte, ou trop longue de plus de $5''$ ou $6''$ & produire une erreur plus grande de 3^h. sur l'intervalle écoulé depuis Hipparque jusques à nous, ou de $24'$ depuis Walterus, ou de 1^h. $30'$ environ sur 1040. ans. Je

(*a*) On verra dans la suite que le Cycle de 353 ans est après le Cycle parfait, le plus juste de tous.

Je ſais bien qu'on trouve des obſervations particulieres, qui donnent l'année plus longue ou plus courte de 30″; mais il eſt évident que des obſervations qui s'écartent ſi fort du reſultat de toutes les autres, qui ſont d'ailleurs en très petit nombre & pour ainſi dire égrenées, ne doivent pas être employées, pour déterminer les limites, que l'on doit raiſonnablement aſſigner à la détermination de la longueur de l'année. II. Part.

On ne doit employer pour cela que les reſultats moyens d'une même ſuite de pluſieurs obſervations faites par le même Aſtronome, dans le même lieu & le même tems: C'eſt ainſi que Mr. Caſſini l'a judicieuſement pratiqué dans ſes Elémens d'Aſtronomie; & quand on fera refléxion, (comme nous l'avons déja remarqué) que de huit ſuites ou huit claſſes differentes d'obſervations faites en differens Siecles, en differens climats, par differens Aſtronomes, il n'y en a point, qui s'écarte les uns des autres au delà de 10″ d'heure, je crois qu'on ne diſconviendra pas que des limites de 5″ à 6″ tels que je viens de les ſupoſer, n'ayent toute l'amplitude, qu'on doit raiſonnablement leur donner: la même remarque a lieu pour l'article ſuivant.

3° La totalité des obſervations Aſtronomiques faites en differens Siecles, & comparées enſemble ſur les momens des Eclipſes, ne ſauroient donner l'année, ou le mois Lunaire trop courts, ou trop longs de plus de 30′, ſur l'intervalle écoulé depuis Hipparque, ou de 40′ depuis les Aſtronomes Caldéens, ou de 15′ ſur 1040 ans.

II. Part. 4°. Si l'eſpace de 1040 ans eſt un Cycle Luni-Solaire juſte, celui de 353 ans ſera trop long de $40' \frac{8}{9}$ dont l'année Lunaire finit après la Solaire ; de façon que ſi encore 1040 étoit lui-même un Cycle Solaire trop long de x, l'erreur de 353 (que j'apelle y ſeroit $=$ $40' \frac{8}{9} + \frac{353}{1040} x$.

5°. Or x doit être à $y :: m.\ n$, à cauſe que dans le véritable Cycle $c = n \times 1040 \pm m \times 353$ la ſomme des erreurs de celui de 1040 ou la ſomme n des x doit être égale à la ſomme des erreurs du Cycle de 353 ans ou à la ſomme m des y. Ainſi my étant $= nx$, on aura $m \times 40' \frac{8}{9} \times 1040 + 353\ mx = 1040\ nx$, ou $m \times 29$ jours $12^h.\ 44'\ 3'' + 353\ mx = 1040\ nx$; & par conſéquent $m : n :: 1040 x : (29^j.\ 12^h.\ 44'\ 3'' + 353)\ x$. Mais x ne pouvant ſurpaſſer $1^h.\ 30'$, le rapport de m a n ne pourra ſurpaſſer celui de 65 jours à 51 jours $14^h.\ 14'$, & par conſéquent m ſera toujours $<$ $n \times \frac{65 \text{ jours}}{51^j.\ 14^h.\ 14'}$, ou $>$ $n x \frac{130}{103}$ & $n >$ $m \times \frac{103}{130}$.

6. Le véritable Cycle ſera $= n \times 1040 - m \times 353$, n & m étant toujours des nombres entiers.

7. Si l'on ſuppoſe maintenant que 1040 ſoit trop court de x, l'erreur de 353 ſera $= y = 40' \frac{8}{9} - \frac{353}{1040} x$. & $m : n :: 1040 \times x : (29^j.\ 12^h.\ 44'\ 3'' - 353)\ x$.

8. Suppoſant donc x toujours $<$ $1^h.\ 30'$ on aura $353 < 29$ jours $12^h.\ 44'\ 3''$, & par conſéquent m & n tous deux poſitifs & leur valeurs telles que m ne pourra jamais ſurpaſſer $n \times \frac{65 \text{ jours.}}{7^j.\ 11^h.\ 14'}$ ou environ 8

n. &

n. & le véritable Cycle ſera $= n \times 1040 + m \times 353$. II. PART.

9. Si l'on vouloit pouſſer les limites de l'année Solaire juſques à une erreur de 3^h. ſur 1040 ans, alors *m* & *n* dans cette ſeconde formule du Cycle pouroient avoir toutes ſortes de valeurs.

Et lorſque *x* viendroit à égaler 2^h. on auroit $(29^j.\ 12^h.\ 44'\ 3'' - 353)\,x = 0$, & par conſéquent $n = 0$, & le Cycle $= 353$ ans juſtes. Et lors que $x > 2^h$. on auroit *n* negatif, & toujours plus petit que *m*, ne pouvant même jamais égaler ſa neuvieme partie, le Cycle en ce cas feroit $= m \times 353 - n \times 1040$.

10. Suppoſant 1040 un Cycle Diurne Lunaire parfait, ou que 12863 lunaiſons s'achévent preciſément en 379852 jours, celui de 353 ans ſera trop court de $-\ 10^h.\ 29'\ 16''$ dont la Nouvelle Lune arrive trop tôt.

11. Prenant les multiples de ce dernier, dont les erreurs ſont les moindres, on aura 7×353 dont l'erreur eſt $-\ 1^h.\ 24'\ 51''$, 9×353 trop long de $+\ 1^h.\ 36'\ 37''$, 16×353 trop long de $+\ 11'\ 46''$, 23×353 trop court de $-\ 1^h.\ 13'\ 5''$, 25×353 trop long de $+\ 1^h.\ 48'\ 23''$ &c.

12. Suppoſant maintenant que le véritable Cycle ſoit un de ceux de la 1ere forme ou $= n \times 1040 - m \times 353$, dans lequel $m < n \times \frac{130}{103}$ & tous les deux des nombres entiers, il faudra que *m* étant $= 7$, ou $= 9$, ou $= 23$, ou $= 25$, le Cycle reſultant ſoit plus grand que 6240, afin que l'erreur qui reſultera de ceux de 7×353, ou 9×353 ou 23×353 &c. repartie ſur plus de 6240 ans n'aille pas à plus de 15'

II. Part. pour 1040 ans. On aura donc 1°. $n > 5$, ou > 7, ou > 18. &c.

13. Il faudra ensuite que $\frac{103}{130} \times (7$, ou 9, ou 23, ou $25) \times 1040 - (7$, ou 9, ou 23, ou $25), \times 353$, soit > 6240, ou il faudra que $824 - 353$, ou $471 \times (7$, ou 9, ou 23, ou $25)$, soit > 6240, ou que m soit au moins $= 23$, & par conséquent $n = 19$, ce qui donnera le Cycle de 11641 ans. Si l'on supposoit les limites de l'année Solaire de 3^h. sur 1040 ans, on auroit trouvé le plus petit Cycle parfait de 9113 ans.

14. Par rapport à la 3me. valeur possible de m, supposé $= 16$, comme l'erreur du produit 16×353 qui en resulte n'est que de $11' \, 46''$, il n'est pas nécessaire à cet égard que le Cycle trouvé surpasse beaucoup $815''$, pourvû qu'il ne soit pas moindre : mais comme d'un autre côté, n doit être $> \frac{103}{130} m$, ou $n > \frac{103}{130} \times 16$ & un nombre entier, il ne peut être moindre que 13; ainsi le Cycle cherché ne peut être moindre de $13 \times 1040 - 16 \times 353$, ou de 7872.

15. Pour avoir les Cycles de la 2de. forme, ou $C = n \times 1040 + m \, 353$, on considerera de même que relativement aux deux premieres valeurs de m, il faudra que ce Cycle soit plus grand que 6240; ainsi supposant $m = 7$, il faudra que n vaille au moins 4; ce qui donnera le plus petit Cycle possible de 6631 ans.

16. Par rapport à la 3me. valeur de $m = 16$, il faudra

faudra, par ce qui a été dit. N°. 8, que n vaille au moins 2; ce qui donneroit le plus petit Cycle parfait = 7728 ans. II. PART.

Je laisse les autres formes du Cycle, parce qu'elles sont hors de limites.

J'ai dit ci-dessus qu'on avoit inutilement cherché un Cycle de cette espece, sans qu'aucun Astronome ou Chronologiste s'en fut aperçû, quoi qu'il y ait près de 19 siecles qu'on le cherche, & de 23 qu'il est cependant en quelque façon écrit dans Daniel, en caractéres assez lisibles, à quiconque auroit voulu prendre la peine, de comparer les Periodes de 1260 ans, & de 2300 ans, aux mouvemens Celestes, de comparer pour ainsi dire, le Livre de la nature, à celui de la Revelation (*a*). Aux preuves de fait de l'ignorance

(*a*) Les Mathematiciens sentiront aisément qu'à moins d'examiner année par année les rapports ou differences des mouvemens du Soleil & de la Lune, il étoit presque impossible de découvrir, par aucune autre methode le Cycle parfait; de sorte qu'il falloit presque qu'il fut indiqué pour ainsi dire immediatement par celui qui en a été l'Auteur; s'il en est quelqu'une qui réünisse également l'exactitude & la facilité, c'est assurement celle des fractions continues employées par Mr. *Brounker*, pour la quadrature du Cercle, par Mr. *de Lagny* dans son Triangle des rapports & dernierement expliqués par Mr. *Euler* dans son Introduction aux infiniment Petits; supposant donc, suivant cette Methode, que le rapport du mois Lunaire à l'année Solaire soit exprimé, par celui de l'unité à cette fraction.

$$a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \cfrac{1}{d + \cfrac{1}{e + 1 \; \&c.}}}}$$

Et supposant encore que le dernier terme où l'on s'arrête soit e cette fraction continüe reduite à la forme

II. PART. ce parfaite où l'on a été jusqu'ici là-dessus, & que la lecture d'un aussi grand nombre d'ouvrages d'Astronomie & de Chronologie a fournies, je pourrois en joindre une, tirée de la nature même de la chose, c'est que la plus legere erreur dans la détermination de la longueur de l'année Solaire, ou du mois Lunaire, peut écarter les calculateurs de la découverte d'un véritable Cycle, beaucoup au delà de ce qu'on pouroit croire. On a vû ci-dessus qu'une difference de 38″ d'heures, dans la longueur de l'année, m'avoit fait tomber sur des Cycles de 315, 630, 1260, ou 1575 ans, bien differens de celui de 1040 ans, & de plus assez inexacts. Mais supposant une erreur beaucoup plus petite, & seule-

forme ordinaire donnera le raport du mois Lunaire à l'année Solaire, comme l'unité à cette fraction $abcd + ab + ad + cd + 1 \times e + abc, + a + ebcd + b + d \times e + bc + 1$, ou comme $bcd + b + d \times e + bc + 1$ à $(abcd + ab + ad + cd + 1 \times e + abc + a + c)$ Le premier des deux Termes qui est le denominateur de la fraction, exprime toujours le nombre de revolutions Solaires ou d'années comprises dans le Cycle trouvé par cette methode, par où il est aisé de voir combien la plus legere erreur dans la détermination de la longueur de l'année Solaire, ou du mois Lunaire, doit faire de difference par raport à ce premier terme, ou à ce nombre d'années; puisque cette erreur en produisant nécessairement une d'une unité pour le moins dans la valeur de e, doit faire varier ce premier terme ou la valeur du Cycle d'autant d'années qu'il y a d'unités dans la quantité $\overline{bcd + b + d}$.

NB Lorsque j'écrivois ceci au Printems de 1749 j'ignorois parfaitement que feu Mr. *Cassini* eut parlé de ce Cycle de 1040 ans; ce ne fut que quelques mois après que je vis ses reflexions *sur l'Astronomie Indienne*, où il en fait mention, & quoi qu'il n'ait pas crû ce Cycle de 1040 ans parfait, & qu'il n'en ait même tiré aucun usage, en cette qualité, c'est avec autant de plaisir que de justice que j'abandonne à cet Illustre Astronome la gloire d'en avoir fait le premier la découverte.

feulement de 7″ ou de la $\frac{1}{8}$me partie d'une minute fur la longueur de l'année Solaire ; on tomberoit encore fur des Cycles tout auffi differens pour le moins de celui de 1040, favoir fur des Cycles de 353, 706, 1059, 1412, &c. & une de la moitié moindre ou de 3″ $\frac{1}{2}$ auroit donné les Cycles de 687, 1374 & 2061 ans. Je prends ces Cycles pour exemple comme étant les moins exacts des imparfaits ; en effet comme ils font complémens les uns des autres à celui de 1040 ans, leurs erreurs font égales & contraires de 40′ $\frac{1}{2}$ d'heure, dont l'année Lunaire arrive plus tard que la Solaire en 353 ans, ou plutôt en 687. II. Part.

Content d'avoir découvert ce Cycle je ne penfois à rien moins qu'à trouver quelque chofe de plus, lors qu'une perfonne à qui j'en parlai, me fit naître l'idée de chercher fi ce Cycle n'auroit point quelque Epoque marquée par des caracteres Aftronomiques ; mais où la prendre ? Je crus d'abord que le même Livre de Daniel qui m'avoit appris ce Cycle, pourroit peut-être m'apprendre auffi quelle étoit cette Epoque, & en conféquence qu'elle devoit être naturellement l'année même dans laquelle fut donné l'Oracle des 2300 foirs & matins, & qui en effet étoit la premiere de ce periode Prophétique, Aftronomique, de 2300 ans ; après un affez court examen des principales circonftances Aftronomiques de cette année, que l'on a vû ci-deffus devoir être la 552eme. avant l'Ere Chretienne, je lui trouvai celui-ci, qui eft affez fingulier. C'eft que l'Equinoxe du Printems, le Solftice d'Eté, & l'Equinoxe de l'Automne arriverent tous les trois à la même

II. PART. même heure, ſavoir à celle de midi pour le meridien de Paris, ſuivant les tables de Mr. Caſſini, & pour le meridien de Jeruſalem ſuivant le moyen mouvement qui reſulte du Cycle de 1040 ans.

Cette circonſtance, d'une année déja caracteriſée par elle-même, jointe à celle du Cycle auquel elle ſert d'Epoque, me parut trop remarquable pour pouvoir être attribuée au ſimple effet du hazard, & je crus devoir examiner ce qui reſulteroit de la ſuppoſition que dans cette année là, les deux équinoxes & le premier ſolſtice fuſſent arrivés à midi au Meridien de Jeruſalem, comme ſi cette circonſtance ſeule étant donnée, on propoſoit d'en déduire geometriquement l'excentricité, la poſition de l'apogée, & la longitude moyenne du Soleil, pour l'un de ces trois tems remarquables.

Si l'orbite Solaire étoit parfaitement circulaire, & non excentrique, il eſt bien clair que l'année étant de 365 jours 5h. 49′, les Equinoxes & les Solſtices ne pourroient jamais arriver à la même heure ou après un nombre entier de jours; il falloit pour que cela eût lieu, que cette orbite fut ovale & excentrique. Suppoſé qu'elle eût par exemple une figure ſemblable à l'ovale ou Ellipſe (voyez la 1ere. figure) ADBE, ſon grand diamétre étant AB, ſon centre au milieu C, & le lieu de la terre T, dans un endroit qu'on appelle foyer, CT ſon excentricité, & A & P ſon apogée ou perigée: telle eſt la loi du mouvement de tous les Aſtres, que les tems qu'ils employent à parcourir les differentes parties de leurs orbi-

tes

tes comme les arcs DA, AE, FE sont dans le même rapport que les espaces triangulaires ATD, ETA, ETF, qui ont pour bases ces mêmes parties DA, AF, FE, & pour côtés les especes de rayons TD, TA, TF, TE tirés des extrémités D, A, F, E, de ces parties d'orbites au foyer T; supposant donc que l'Espace TDAF fut à la surface de l'ovale entier, dans le rapport de 94 jours à 365j. 5h. 49', il s'ensuivroit, que le Soleil employeroit effectivement 94 jours à aller de D en F; & si de même l'espace FTE étoit à ce même ovale entier comme 92 jours à 365 jours 5h. 49', le Soleil employeroit aussi 92 jours complets à aller de F en E. II. Part.

Supposant donc 2°. que les points D & E étant sur la même ligne qui passe par le foyer ou la Terre T, repondissent aux deux points des Equinoxes, & que la ligne FT, perpendiculaire à DE répondit au point du Solstice d'Eté, on trouvera par la Trigonométrie & les propriétés de l'Ellipse, que les espaces triangulaires FTD & ETF étant entr'eux, comme 94 à 92 & à la surface entiere de l'Ellipse, comme 94 & 92 à 365j. 5h. 49'.

On trouvera, dis-je, que l'excentricité (a) TC devroit

1°. L'excentricité de l'Orbite Solaire.

(a) Dans 186 jours employés par le Soleil à aller de D en E, il fait 183° 19', 19" d'Anomalie moyenne, l'aire de l'Ellipse ou orbite Solaire AMBNA, étant donc supposé de 360°, l'aire de la portion DAME vaudra 183° 19' 19". Si l'on rapporte cette Ellipse à son Cercle générateur

II. Part. vroit être de 1680 parties cent milliémes du rayon A C, & par conséquent ce qu'on appelle la plus grande équation du centre du Soleil de 1° 55′ 30″, laquelle approche fort de celle qui resulte des meilleures tables Astronomiques comparées ensemble.

2°. La plus grande équation du centre.

Cette

teur circonscrit AOPQA l'aire de sa portion DAOE sera déterminée au Cercle entier comme 183° 19′ 19″ à 360°. Or les lignes ET, TD dirigées aux points Equinoxiaux, lorsque l'apogée & l'orbite Solaire entiere est supposée mobile comme elle l'est effectivement, ne peuvent plus l'être, du moins toutes les deux ensemble, en supposant cet apogée immobile comme nous faisons dans le calcul ; & au lieu de ne former qu'une seule ligne droite, elles feront entr'elles un angle de 180° — le mouvement de l'apogée dans six mois, c'est-à-dire un angle de 179° 59′ 30″, cet angle étant moindre de 3° 19′ 49″ que la valeur de l'aire DAME, donnera les arcs DH & EG égaux chacun à 49′ 57″ $\frac{1}{4}$ & par conséquent CK = au Sinus de cet arc.

On trouvera de même que l'aire FTDAF dans l'Ellipse ou dans le Cercle, devra être à la surface entiere de l'un ou de l'autre comme 92° 38′ 48″ à 360°. Mais l'angle FTD dans l'Ellipse de 89° 59′ 45″ (à cause du mouvement de l'apogée) étant reduit au cercle devient = 90° 0′ 10″; de sorte que supposant LCK parallele à FT, le Secteur Circulaire LCH valant 90° 0′ 10″, l'espace CKDH 1° 39′ 54″ $\frac{1}{2}$ l'espace entier LKDAL vaudra 91° 40′ 4″ $\frac{1}{2}$, lequel retranché de FTDAF = 92° 38′ 48″, donnera l'espace FTKL de 58′ 43″ $\frac{1}{2}$. Si l'on fait LK = Rayon + Sinus de 49′ 57″ $\frac{1}{4}$: LC : : 58′ 43″ $\frac{1}{2}$: l'arc FL = 28′ 56″ $\frac{1}{2}$ dont TK sera le Sinus.

Faisant ensuite TK : CK : : Rayon : Tang. de ATD, qu'on trouvera ainsi = 59° 54′ 50″.

Fai-

Cette plus grande équation II. PART.

étant de	1° 56′ 20″ - - - - - - - - - -	selon celles de MM.	Flamsteed.
	1° 55′ 51″ - - - - - - - - - -		Cassini.
	1° 55′ 42″ - - - - - - - - - -		De La Hire.
	1° 54′ 45″ - - - - - - - - - -		De Louville.

Et par un milieu de 1° 55′ 39″ plus grande seulement de 10″.

On trouve aussi le lieu de l'apogée pour cette même année 552 dans le commencement des Gemeaux ; & le mouvement de l'apogée étant posé de 1′ 0″ par année 3°. Le lieu de l'Apogée.

Faisant encore Sinus de ATD : Rayon : : Arc EG = 49′ 57″ $\frac{1}{4}$: 57′ 44″ moitié de la plus grande équation du centre du Soleil, laquelle sera ainsi = 1° 55′ 28″, l'angle ATD = ACH étant de 59° 54′ 50″, l'espace ACTDHA = 61° 35′ 9″ $\frac{1}{2}$ ou la longitude du point D doit être égale à celle de l'apogée A au moment où le Soleil est en D, moins son mouvement vrai d'anomalie de D en A. Ce mouvement vrai dans le cercle étant = l'angle ATD = 59° 54′ 50″ dans l'Ellipse = 59° 54′ 37″ $\frac{1}{2}$ sera la difference de la longitude vraie du Soleil en D & de son apogée A au même moment, & par consequent la longitude du Soleil en D étant 0s. 0° 0′ 0″ dans l'Ellipse, celle de son apogée au moment de l'Equinoxe aura été 1s. 19° 54′ 37″ $\frac{1}{2}$.

De plus le mouvement anomalistique moyen du Soleil depuis D en A étant = l'aire ACTDHA = 61° 35′ 9″ $\frac{1}{2}$ si on l'ôte du lieu où étoit l'apogée au moment où le Soleil étoit en D, on aura la longitude moyenne du ☉ pour ce moment ou pour le 27 de Mars à midi, tems moyen à Jérusalem de 11s. 28° 19′ 28″.

II. PART. année (*b*), par une raiſon qu'on verra tout à l'heure; il s'enſuit qu'au commencement de l'année 1700. il auroit dû être dans 7° 31′ du Cancer.

Selon les Tables de M M.	De Louville - - - - - - - - - - -	7° 56′ 40″
	De la Hire dans la II. Edit. de ſes Tables	7° 52′ 30″
	Flamſteed - - - - - - - - - - - -	7° 43′ 25″
	Caſſini - - - - - - - - - - - - -	7° 35′ 55″
	Par un milieu - - - - - - - -	7° 49′ 37″

ou 18′ de plus, qui répondent à 36″ dans le lieu du Soleil.

4°. Celui du Soleil. Enfin j'ai trouvé auſſi le lieu moyen du Soleil, pour le 27e. Mars à midi, tems moyen à Jéruſalem, dans 11ſ. 28° 19′ 28″, à quoi ajoutant le moyen mouvement, qui (à raiſon de 1040 revolutions complettes dans 379852 jours) convient pour l'intervalle écoulé entre le midi moyen du 1er. de Janvier, N. S. de l'an 1749. à Paris, (*c*), il en reſulte la longitude moyen-

(*b*) J'ai établi dans une Diſſertation particuliere le mouvement de l'apogée du ☉ un peu plus grand que celui que je ſuppoſe ici, ſavoir de 1° 24″ dans 83 ans à peu près, & ſa longitude moyenne pour l'Equinoxe de l'an 552 de 2′ ½ moins avancée; ce qui donneroit ſa longitude pour le commencement de l'an 1700. de 7° 50′ 20″ que j'ai lieu de croire devoir être très exact.

(*c*) On ſuppoſe ordinairement la difference des meridiens entre Jéruſalem & Paris de 12h. 12′ ou 33°. je la fais ici plus grande ſeulement de 1′ 46″, ou de 52° 56′ 28″. par une raiſon qu'on verra dans les Diſſertations ſuivantes.

moyenne du Soleil de $9^s. 10° 14' 48''$, elle devoit être II. PART.

selon MM.	Flamsteed - - - - - -	$9^s.$	$10°$	$14'$	$40''$
	Cassini - - - - - - -	$9^s.$	$10°$	$14'$	$54''$
	De Louville - - - -	$9^s.$	$10°$	$14'$	$57''$
	De la Hire - - - -	$9^s.$	$10°$	$15'$	$07''$
	Par un milieu - - -	$9^s.$	$19°$	$14'$	$54''$

Enfin si de la longitude moyenne du Soleil resultante de la même supposition, pour le 29 Septembre 552 AC de $6^s. 1° 39' 33''$, on retranche le moyen mouvement du Soleil qui convient à 3600 années, à raison de 1040 revolutions complettes dans 379852 jours; on aura pour le 24 d'Octobre de l'an 4152. AC. la longitude moyenne du Soleil à midi au meridien de Jérusalem, de $5^s. 20° 59' 30''$; mais le lieu de l'apogée devoit être alors, à raison de son mouvement supofé de $1'$ par an, dans le premier point de l'Ecliptique, ou à $0^s. 0° 0' 0''$; d'où il suit que 3600 ans avant l'automne de l'an 552, & 5900 avant celui de cette année 1749, le 24eme. d'Octobre à midi à Jerusalem, le Soleil fut tout à la fois dans le Meridien, dans l'Equateur, & dans son Perigée. C'est encore là une autre espece d'Epoque pour le Cycle de Daniel, remarquable par elle-même, & par son éloignement de 36 Siecles précisement de la principale.

Année où le Soleil fut dans le Meridien, l'Equateur & son Périgée en même tems.

Au reste cette circonstance de l'arrivée du Soleil dans trois des quatre Colures, à l'heure de midi, pour le même lieu, & dans la même année, est extrémement rare; car à supposer que dans 379852 jours le Soleil

Epoque du Cycle de Daniel très rare.

II. PART. Soleil faſſe 1040 revolutions, ou 260 dans 21600 années, cette circonſtance dont je parle ne pourra revenir qu'au bout d'un nombre d'années multiple tout à la fois de 260 & de 21600 ans, ou de 280800 ans, ou au bout de près de trois mille Siecles (*d*).

Accord des déterminations précédentes avec les obſervations.

Mais ce n'eſt pas encore aſſez d'avoir démontré le rapport ſenſible des déterminations reſultantes de l'hypotéſe dont j'ai parlé, avec les meilleures Tables Aſtronomiques; je crois devoir encore faire voir leur accord avec les obſervations elles mêmes : l'entrepriſe paroitra peut-être un peu difficile, car les tables étant fondées ſur un grand nombre d'obſervations des plus exactes, elles ſemblent devoir en tenir lieu, & il paroit preſque impoſſible de pouvoir ſubſtituer autre choſe à une longue ſuite d'obſervations; il le ſeroit encore davantage de les comparer toutes immediatement aux déterminations que nous venons de voir : cependant il faut avoir la complaiſance d'examiner la methode que je vais employer pour y parvenir, & pour faire cette com-

(*d*) Suivant ce que j'ai dit dans la Note précédente ſur la détermination plus exacte du mouvement moyen de l'apogée, cet intervalle, au bout duquel deux Equinoxes & un Solſtice peuvent revenir à la même heure, eſt un peu different; car la revolution de l'apogée étant plus exactement de $21343\frac{1}{5}$ ans il faut la multiplier par 11 pour avoir un intervalle qui contienne à peu près un nombre entier de ces Revolutions & de Cycles Solaires; cet intervalle ſur $= 334780 = 11 \times 21343\frac{1}{2} \times 3$ ans, comprend 903 Cycles Solaires; ſi on veut avoir ce même intervalle, même plus exactement, il faudra le prendre $=$ 100 revolutions de l'apogée & $=$ 8209 Cycles Solaires ou $=$ 2134340 ans.

comparaiſon ſi difficile en apparence. Mr. Caſſini a donné dans ſes Elémens d'Aſtronomie un catalogue d'Equinoxes & de Solſtices obſervés à Paris, pendant plus de 60 ans, avec la derniere exactitude; ſi l'on prend un milieu entre les differentes déterminations de ces moments principaux du cours du Soleil pour une année moyenne, à peu-près entre toutes celles de ces Equinoxes & Solſtices, on aura une détermination de ces quatre moments auſſi exacte que celle que peut fournir l'art des plus habiles obſervateurs. II. Part.

Pour donner en paſſant un exemple de celle du Solſtice d'hyver de l'an 1711, je rapporterai le calcul déterminé ſur les obſervations non interrompues des années 1685. incluſe & ſuivantes juſques à 1737. auſſi incluſe. J'ai pris d'abord la ſomme de toutes les heures & minutes des deux dernieres colonnes, que j'ai trouvé de 618^h. & 1730′ ou de 26 jours 22^h. 50′; j'ai trouvé auſſi la ſomme des quantiémes de Décembre (reduiſant ceux du Siecle paſſé au Calendrier du Siecle où nous ſommes) = 1114′ prenant enſuite les nombres d'années écoulées depuis la premiere & la derniere Biſſextile du Catalogue, juſqu'à la derniere de toutes, j'en ai multiplié la ſomme = 52 par la moitié du nombre des Biſſextiles = $\frac{13}{2}$ pour avoir le produit 338 à ajouter à la ſomme précédente des quantiemes, ce qui fait 1452; de cette ſomme ôtant le nombre des années Biſſextiles qui précédent l'année moyenne 1711, ſavoir 6 multipliées par le nombre de toutes les années, ſavoir 53, j'ai enfin le reſte 1134 auquel

II. PART. quel ajoutant 26 jours 22^{h}. 50′, il me viendra enfin 1160 jours 22^{h}. 50′ à diviſer par 53 pour avoir le quantiéme du Solſtice cherché le 21. Décembre 1711. à 21^{h}. 43′. C'eſt par une methode ſemblable que j'ai trouvé le Solſtice moyen de l'Eté de l'an 1711, le 21 de Juin à 17^{h}. 55′; l'Equinoxe du printems de l'an 1709. le 20e. Mars à 6^{h}. 41′; & celui d'automne de l'an 1704. le 22e. Septembre à 14^{h}. 5′, le tout au tems vrai. Puiſque la longitude moyenne du Soleil (reſultante de la ſuppoſition que les Equinoxes & le Solſtice d'Eté ſont arrivés l'an 552 A. C. au midi moyen de Jéruſalem) étoit pour le 1er. Janvier 1749 de 9ſ. 10° 14′ 44″ ou 48″ au midi moyen de Paris, & celle de ſon apogée de 2ſ. 0° 0′ 0″, ſon mouvement annuel de 1′ 0″, & la plus grande Equation du Centre 1° 55′ 28″ ou 30″; on trouvera pour les quatre moments que je viens d'indiquer.

Longitudes moyennes du Soleil.	Longitudes de l'Apogée.	Longitudes vrayes.	Erreurs.
1704. 6ſ. 1° 55′ 9″	3ſ. 7° 35′ 30″	6ſ. 0° 0′ 31″	+ 31″
1709. 11 28 5 13	3 7 40 0	11 29 59 28	— 32
1711. 2 29 43 52	3 7 42 15	2 29 59 31	— 29
1711. 9 0 1 5 34	3 7 42 45	9 0 0 17	+ 17

Les differences qui ſe trouvent entre les reſultats de la ſuppoſition dont j'ai parlé & les obſervations, ſont ſi inſenſibles qu'on pourroit avec quelque fondement les attribuer uniquement aux erreurs inévitables dans les obſervations les plus parfaites ; ſi cependant on les ſuppoſe réelles, il ſera toujours bien étonnant que l'Orbite

&

& le mouvement du Soleil ayent si peu changé depuis 23 Siecles, qu'en conséquence d'une Théorie établie, pour ainsi dire, au commencement de ce long période, on puisse déterminer à 30″ près sa longitude pour la fin de ce même période (*e*).

Differt. I. II. Part.

Réflexions sur cette déconverte.

Je finis par deux ou trois réflexions, sur lesquelles on pourroit déja m'avoir prévenu. Il y a plusieurs siecles que le Livre de *Daniel* & en particulier les passages sur lesquels j'ai pris la liberté de proposer mes explications, ont été cités & rapportés par un très grand nom-

(*e*) Quoi qu'il semble par les observations que je viens de rapporter, qu'il faudroit augmenter la plus grande Equation du centre du ☉ de 30″, Mr. Le Monnier à qui j'ai communiqué ceci, & dont l'exactitude & l'habileté pour les déterminations les plus délicates sont si connues, m'a confirmé, que celle qui resulte de mon hypotése sur l'arrivée des deux Equinoxes & du Solstice intermédiaire, à l'heure de midi à Jérusalem, & qui donne cette équation de 1° 55′ 30″, étoit le plus conforme aux observations nouvelles, faites avec des précautions & par des methodes toutes particuliéres & d'une exactitude extraordinaire.

Pour la longitude de l'apogée, j'ai déja dit que par des Principes entierement de même espéce que ceux que j'ai employés jusques ici, mais dont le détail demanderoit des explications ultérieures, elle étoit plus avancée d'environ 19′, ce qui s'accorde aussi avec les nouvelles observations de Mr. Le Monnier, rapportées à la fin de sa Théorie des Cométes.

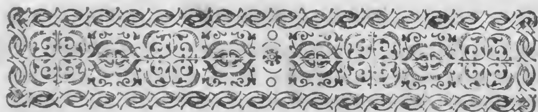
Il est à remarquer que cette plus grande équation a un rapport fort simple au diamétre du Soleil, determiné aussi avec le plus de précision; car si l'on fait comme 18 : 5 :: 1° 55′ 30″ : 31′ 5″, on aura ce diamétre.

Differt. I. nombre d'Auteurs differens ; de ſorte qu'il eſt impoſſi-
II. PART. ble de revoquer le moins du monde en doute leur antiquité. Qui a pû apprendre à leur Auteur, le rapport merveilleux des périodes qu'il a employé avec le mouvement des Aſtres ; & par quel hazard eſt-il arrivé, que non content d'employer de tels périodes, il ait encore choiſi pour leur époque une année caractériſée d'une façon ſi ſinguliére, par les circonſtances du cours du Soleil, ſans parler du rapport exact des autres Oracles expliqués ci-deſſus, avec une hiſtoire aſſez peu connue dans les premiers ſiecles même de l'Egliſe & de l'Empire.

Si le Créateur avoit donné à l'orbite Solaire une forme, une ovalité tant ſoit peu differente de celle qu'elle a, ou au Soleil, ou à ſon apogée un mouvement tant ſoit peu plus lent ou plus vite, ou qu'il les eut placés l'un ou l'autre, au moment de leur création, dans un endroit de l'Ecliptique tant ſoit peu éloigné de celui où ils ſe trouverent effectivement ; ſi, dis-je, le Créateur avoit diſpoſé tant ſoit peu differemment un ſeul de ces cinq Elémens de la Théorie du Soleil, jamais la circonſtance de l'arrivée des Equinoxes & d'un Solſtice à la même heure & dans la même année n'auroit pû avoir lieu : il a donc, en diſpoſant ces cinq choſes, prévû qu'elles pourroient un jour donner lieu à cette circonſtance, non ſeulement à cette circonſtance ſeule, mais encore accompagnée de quelques autres très remarquables ; il a prévû que ce ſeroit préciſément à l'heure où le Soleil arriveroit au méridien de la ville de *Jéruſalem*, l'apogée étant préciſément à 60°.

de

de l'Equinoxe, *36 ſiecles précis après la rencontre du même aſtre dans ſon Périgée, & de l'Equinoxe, dans le méridien de la même ville.* Il a encore, entre pluſieurs milliers d'années différentes, choiſi préciſément celle-là pour l'accompliſſement de ſes Oracles : il a choiſi entre un nombre infini de Périodes & d'intervalles d'années, les deux ſeuls nombres ronds qui fuſſent Cycliques, & qui le fuſſent de maniere, que leur difference fut elle-même un Cycle parfait, & l'unique. Pourroit-on, à tant de traits réünis, méconnoître dans l'Auteur de ces anciens & reſpectables Livres, *le Créateur du Ciel & des choſes qui y ſont, de la terre & de ce qu'elle renferme, & de la mer & de ce qu'elle contient.* *Diſſert. I. II. Part.*



SUITE DES REMARQUES ASTRONOMIQUES SUR DANIEL.

OU

SECONDE DISSERTATION

Dans laquelle on continue à déterminer le reſte des Elemens de la Théorie du Soleil & de la Lune, par des paſſages des Livres Sacrés.

PREMIERE PARTIE,

Où l'on traite de la poſition de JERUSALEM, *& de l'Année Solaire.*

JE crois avoir prouvé dans la Diſſertation précédente que l'on pourroit, avec le ſecours des Livres Sacrés, déterminer avec autant & plus d'exactitude que par les obſervations les plus parfaites, les Elemens de la théorie du Soleil; je vais faire la même choſe dans cette ſeconde Diſſertation, par rapport à la Lune: j'eſſayerai dans une troiſieme de traiter de la même maniere la Théorie de la grandeur & de la figure de la Terre.

Je

Je commencerai celle-ci par examiner la position Géographique de la ville de Jérusalem, au méridien de laquelle j'ai fait voir que les Epoques du mouvement du Soleil étoient attachées, ce qui se prouvera d'une maniere aussi sensible du mouvement de la Lune : la longitude & la latitude de cette Ville n'ont jamais été déterminées par aucune observation immédiate ; & ce n'est que par des inductions géographiques sur ses distances itineraires aux villes d'Alexandrie en Egypte, & d'Alexandrie en Syrie, qu'on a déterminé à peu près sa latitude de 31° 50', & sa longitude à l'égard de Paris environ de 33° 0' ou 2^{h}. 12'. Un des plus habiles Géographes de nos jours, que j'ai consulté sur cet article, m'a dit avoir de fortes raisons de croire la premiere trop grande, & la seconde trop petite de quelques minutes, l'erreur de la longitude lui paroissant même plus grande que celle de la latitude : quoiqu'on puisse regarder comme un malheur que la position d'une Ville si célebre soit encore aussi mal connue ; je pense au contraire, que si on venoit à la découvrir dans la suite, telle que je vais la déterminer, ce seroit un avantage, que cette découverte ayant été en quelque sorte prévûe, servit de confirmation au reste de cette Théorie Cosmo-graphique. Voici donc cette détermination qui se trouve déja conforme aux savantes conjectures & aux corrections de Mr. d'ANVILLE, & par là-même déja digne de quelque confiance.

Soit donc BCD le globe de la Terre que je considere comme exactement sphérique, parce qu'il ne s'agit ici que de longitudes & de latitudes géographiques,

Dissert. II. I. Part. c'eſt-à-dire, de différences de Méridiens & de hauteurs de Pole, leſquelles ſe meſurent par des arcs céleſtes. Soyent auſſi B & C les Poles de la terre, B D A C le plan du Meridien de Jéruſalem, & D F L celui de l'Equateur, G M N celui d'un des Tropiques, & G F O celui de l'Ecliptique, qui ſont vûs ici de côté : ſoit encore tiré le Sinus A E de l'arc D A ou de la latitude de Jéruſalem.

On pourroit connoître cette latitude en prenant l'arc A D tel, que le diametre C B fût à cet arc A D comme le quarré du rayon D F, au quarré de ſon Sinus A E; ce qui donneroit cet arc A E de 31° 46′ 29″ : mais on l'aura plus exactement en faiſant cette autre proportion beaucoup plus ſimple, comme 17 à 6 de même, le quart de cercle D C à l'arc A D, qui ſera ainſi de 31° 45′ 53″, le rapport eſt à peu près celui de $\sqrt{8}$ à 1.

Cette latitude A D de Jéruſalem ainſi établie, donnera 1°. la plus grande obliquité D F G, ou D G de l'Ecliptique, en prenant la diſtance G B du Tropique au Pole, troiſieme proportionnelle à la diſtance A B de Jeruſalem, & à celle D B de l'Equateur D au même Pole B, ce qui donnera la diſtance du Tropique G B de 66° 31′ 18″, ou la plus grande obliquité de l'Ecliptique de 23° 28′ 42″. Il eſt clair que cette obliquité eſt au quart de cercle comme 6 à 23; car A D : D B : : 6 : 17. & par conſéquent A B D : D B : : 23 : 17 : : D B : G B, & dividendo, DB:DB—GB ou DG : 23 : 23—17=6.

Il eſt remarquable que la tangente D O de cette obliquité eſt au rayon D F comme l'unité au Logarith-

me

me hyperbolique du nombre 10, de maniere que la position de Jérusalem qui donne déja, pour ainsi dire, la quadrature du cercle par cette proportion $\overline{DF}^2 : \overline{AE}^2 :: CFB : AD$, donne aussi celle de l'hyperbole par ces deux-ci combinées ADB : DB :: DB : GB & DO : FB : (cotangente de GB) :: 1 : Log. Hyp. de 10.

Cette même latitude DA donne 2°. la plus grande inclinaison de l'Orbite Lunaire à l'Ecliptique; car si l'on prend la sixieme partie de DA ou de 31° 45′ 53″, on aura cette inclinaison de 5° 17′ 39″.

Cette latitude de Jérusalem donne encore 3°. le diamétrè véritable de la Lune; mais comme c'est proprement par la mesure de l'arc terrestre AD rectifié sur la surface du globe, consideré comme un sphéroïde applati, je n'en parlerai pas ici non plus que de la maniere dont on déduit de la même latitude 4°. la grandeur véritable du diametre terrestre DF, & 5°. celle de l'axe CB de la terre. Voila ce qui regarde la position de Jérusalem en latitude: voici comment on en déduit 6°. sa position en longitude. Soit dans la seconde figure C le Pole de la Terre, HK l'Equateur, IA le parallele de Jérusalem, CAK son méridien, à CIH le premier Méridien terrestre. L'on trouvera l'arc HK ou la longitude de Jérusalem de l'une ou l'autre de ces trois manieres; ou 1mo. en faisant comme 3 à 5, de même KA latitude de Jérusalem = 31° 45′ 53″, est à HK (longitude du même lieu) = 52° 56′ 28″; ou 2do. en prenant HK égal précisément au quart de l'arc ADBL de la premiere figure; ou 3tio. en prenant l'arc IA du parallele de Jérusalem égal à la 8me. partie de l'Equateur

teur HKP, ou au quart de l'arc DFL de ce même cercle dans la premiere figure ; d'où il suit que HK : IA :: ADBL : DFL :: DF : AQ :: $\sqrt{DF^2} : \sqrt{DF^2 - DA^2}$ :: $\sqrt{CFB} : \sqrt{CF - BAD}$; & en effet ADBL : DFL :: 40 : 34 :: 20 : 17 ; dont les quarrés 400, & 289, doivent être en même raison que CFB & CFB — AD, & par conséquent CFB devra être à AD :: 400 : 111 ; Or CFB : AD en raison composée de CFB à CDB ou de 7 à 11, & de CDB à DA ou de 34 à 6, ou 17 à 3, & par conséquent en raison de 119 à 33. Or 400 : 111 :: 119 : $33 + \frac{1}{44}$ l'erreur de cette proportion qui va à $\frac{1}{1432}$ vient de ce que, comme je l'ai dit, le sinus AE de $\frac{6}{17}$ de CD n'est pas exactement au rayon DF comme $\sqrt{AD} : \sqrt{CB}$.

La longitude de Jérusalem par rapport au premier Méridien CIH ainsi déterminée, il faut encore trouver quel est ce premier Méridien. Mais quel autre mérite mieux ce titre que celui du Cap-verd, ou de l'extremité occidentale du plus grand continent du globe terrestre, de celui qui a été le premier habité ? la différence des Méridiens du Cap-verd & de Paris étant de 19° 30' ; celle de Paris & de Jérusalem sera de 33° 26' 28", ou de 2^h. 13' 46".

J'ai fait voir dans la premiere Dissertation, 1°. que dans l'intervalle de 379852 jours complets, le Soleil faisoit 1040, & la Lune 12863 revolutions exactes. 2°. Que la longitude moyenne du Soleil pour le 31. Decembre de l'an 1748. au midi moyen de Paris étoit de 9^s 10° 14' 48" ; d'où l'on trouvera aisément que l'Equinoxe du Printems de l'année suivante 1749. a dû

arriver

arriver le Vendredi 21. Mars à $21^h\ 57'\ 21''$, ou le Samedi 22. à $9^h\ 57'\ 21''$ du matin à Paris : or il faut ajouter à cette Epoque, celle des moyens mouvemens de la Lune, pour avoir tout ce qui eſt néceſſaire pour la conſtruction d'un Calendrier parfait. On a dit dans le Traité de la Cométe de 1744. qu'un très grand nombre d'obſervations avoient donné la longitude de la Lune au Soleil pour le premier de Janvier 1701. au midi moyen de Paris (ſelon la maniere de compter le tems moyen, employé dans les Tables de M. DE LA HIRE) de $8^s\ 22^\circ\ 40'\ 5''$, & par conſéquent pour le midi moyen des Tables ordinaires, ou exactement moyen de $8^s\ 22^\circ\ 37'\ 55''$; la même ſe trouve auſſi par les Tables de la Théorie du Chevalier NEWTON de $8^s\ 22^\circ\ 38'\ 0''$, & en prenant un milieu de $8^s\ 22^\circ\ 37'\ 57''\frac{1}{2}$, ce qui répond à un eſpace de tems de 21 jours $13^h\ 2'\ 51''$, d'où réſulte l'intervalle du 1^r. Janvier 1701. à midi à la conjonction ſuivante de 7. jours $23^h\ 41'\ 12''$, ou le 9me. Dimanche à $11^h\ 41'\ 12''$ du matin, & par conſéquent la nouvelle Lune du mois d'Avril de la même année le 7. Jeudi à $13^h\ 53'\ 22''$, ou le 8. Vendredi à $1^h\ 53'\ 22''$ du matin.

Quoique la longitude moyenne de la Lune au Soleil ſoit ici plus avancée d'environ $30''$ à $60''$ que dans la plûpart des Tables Aſtronomiques, elle l'eſt cependant moins de $2'$ environ qu'elle ne devroit être ſelon la correction additive de $2'\ 20''$ faite par Mr. le Chevalier de LOUVILLE aux Tables de Mr. CASSINI, laquelle a été confirmée par le calcul d'un très grand nombre d'Eclipſes de Lune. *Voyez les Mémoires de l'Academie Royale des Sciences, années 1724. & 1729.*

Differt. II. I. Part. Ces fondemens du Calendrier ainfi pofés, je vais effayer d'en donner le calcul & la conftruction, en commençant par ce qui regarde l'année Solaire pure & fimple.

Puifque le Soleil fait 1040 révolutions en 379852 jours, il en fera 260 en 94963 ; & par conféquent, fi l'on fuppofe le jour divifé en 260 parties, l'année Solaire en contiendra exactement 94963 ; d'où il fuit encore qu'il n'eft pas poffible de combiner, & pour ainfi dire, d'ajufter la révolution diurne du Soleil avec la révolution annuelle plus exactement (hors dans le cas du Cycle jufte de 260 ans & de fes multiples,) qu'à une 260me. partie de jour, ou 5′ 32″ d'heure près, qui eft la plus petite mefure commune de ces deux révolutions : je me fervirai de ces 260mes. en les marquant par la petite lettre *a* écrite au-deffus de leur nombre, en cette forte 63^a 32^a 1^a &c.

Tous les Problêmes qu'on peut propofer fur cette matiere, peuvent fe réduire aux deux fuivans.

1°. *Etant donné un certain nombre d'années, trouver de combien le retour du Soleil au même point de l'Ecliptique aura retardé ou avancé par rapport à fa révolution diurne.* C'eft ce que j'appelle *Epactes* de l'année par rapport au jour, ou du jour par rapport à l'année.

2°. *Etant donné un efpace de tems quelconque en heures & minutes, trouver dans combien d'années le retardement, ou l'avancement du retour du Soleil au même point de l'Ecliptique, par rapport à fon retour au méridien, fera égal à cet efpace.*

Soit

Soit X le nombre d'années donné ou cherché *Differt. II. I. Part.*

E le retardement ou avancement en question

A la longueur de l'année

D la longueur du jour

on aura par ce qui a été dit, 260 $A = 94963$ D. Et $A = 365\,D + \frac{63}{260}D$, ou $+ \frac{D}{4} - \frac{1}{130}$me. de D. Ou $= 365$ jours $5^{h}\,48'\,\frac{12}{13}$me. de minute.

SOLUTION DU PROBLEME I.

On aura aussi $XA = 365 \times XD + \frac{63\,XD}{260}$ à un nombre entier de jours $+ \frac{63\,XD}{260}$; d'où il suit, que si de ce dernier nombre $\frac{63\,XD}{260}$ (lorsqu'il vient à être plus grand que D) on retranche D autant de fois qu'il se pourra, le reste sera l'Epacte E du nombre d'années X donné.

EXEMPLE I.

Soit $X = 4$, on aura $\frac{63\,XD}{260} = \frac{252\,D}{260} = D - \frac{8}{260}$ $= D - 8 \times \frac{1}{260} = D - 8 \times 5'\,\frac{7}{13}$ ou $= 44'\,\frac{4}{13} = E$ = à l'Epacte Solaire de quatre années Juliennes.

REMARQUE I.

On peut rendre les Epactes Solaires plus simples, en considérant que la quantité $\frac{63\,XD}{260} = \frac{XD}{4} - \frac{XD}{130} = X$

Differt. II. I. Part. $\times 6$ heures — $X \times 11' \frac{1}{13}$, ce qui donne en particulier l'Epacte du Cycle Julien, ou pour les Cycles quaternaires, l'Epacte foustractive & fimplement $= X \times 11' \frac{1}{13}$.

Remarque & Exemple II.

Puifque, comme je l'ai démontré dans la Differtation précédente, la longitude moyenne de Soleil au midi moyen du 27. Mars de l'an 4162. de la Période Julienne, fous le méridien de Jérufalem étoit de $11^s 28^\circ 19' 28''$, il s'enfuit que le moment de l'Equinoxe moyen arriva le 28. de Mars à 6^h $48'$ ou $\frac{7}{10}$ ou $\frac{182}{260}$ de jour après midi, & par conféquent que l'Epacte Solaire de cette année là étoit pour Jérufalem $= + 182^a$ ou $- 78^a$ à compter depuis midi ou $= 52^a$ à compter depuis minuit.

Exemple III.

L'heure de l'Equinoxe du Printems de l'année 1749. étant donnée, on demande celle de l'Equinoxe de l'année 1701.

Toute la queftion fe réduit à trouver l'Epacte de 48. ans. Mettant donc 48 au lieu de X dans la formule pour les Cycles quaternaires $E = X \times 11' \frac{1}{13}$ on aura l'Epacte fouftractive de 8^h $51'$ $\frac{9}{13}$ ou 8^h $51'$ $41\frac{1}{2}''$, laquelle ajoutée à l'heure de l'Equinoxe de l'année 1749. (à caufe que celui de l'année 1701. cherchée précede) donnera l'heure de l'Equinoxe de cette année 1701. le

21.

21me. Mars à $30^h\ 49'\ 2''$; c'est-à-dire, le Mardi 22 à $6^h\ 49'\ 2''$, & par conséquent 16. jours $7^h\ 4'\ 20''$ avant la nouvelle Lune suivante. *Dissert. II. I. Part.*

EXEMPLE IV.

On trouvera de même l'Equinoxe de Mars de l'an 1529. le Mardi 12. V. S. à $5^h\ 42'\ 41''$; celui de l'an 1879. le Samedi 10me. V. S. & 22me. Styl. Gregorien à $9^h\ 57'\ 21''$ du soir à Paris.

EXEMPLE V.

Soit $X = 33$, on aura $\frac{63X}{260} = \frac{2079}{260} = 8$ jours $-\frac{1}{260}$ de jour, ou simplement $= 5'\ \frac{7}{13}$, ce qui est la plus petite Epacte possible, & par conséquent le Période de 33. ans sera le Cycle Solaire le moins inexact de tous les imparfaits.

PROBLEME II.

Soit maintenant proposé de trouver le nombre d'années qui répond, ou qui peut donner lieu à une Epacte donnée.

Il faudra 1mo. selon ce qui a été dit à la page 58. reduire cette Epacte au multiple de $5'\ \frac{7}{13}$ le plus approchant, ou au nombre le plus approchant des parties 260mes. de jour. Soit ce nombre N, il faudra donc que $\frac{63 \times Xj.}{260}$ + un nombre entier de jours, (c'est-à-dire $\pm \frac{\pm 260\ Mj.}{260}$)

 soit

soit $= \frac{\pm Ni}{260}$ ou $63\ X \pm 260\ M. = \pm N$, ou $\frac{63X \pm N}{260}$ $= M$, c'est-à-dire à un nombre entier; ou enfin $63\ X \pm N$ divisible par 260. On aura donc aussi (en multipliant par 4) $252\ X \pm 4N$, divisible par 260, & partant (en le retranchant de $260\ X$) $8\ X \pm 4\ N$, de même que (en multipliant par 8) $-64\ X \pm 32$, N & enfin (en retranchant encore $63\ X$) $-X \pm 32\ N$ divisible par 260, d'où l'on tire $X = 32\ N$, ou $= 260 - 32\ N$ &c., savoir, la premiere valeur lorsque l'Epacte est soustractive, & la seconde lorsqu'elle est additive.

AUTRE SOLUTION.

Pour resoudre le second Problême, on considerera que la $\frac{1}{260}$me. partie d'un jour ou $5' \frac{7}{13}$ étant la plus petite Epacte possible, & resultante, comme on l'a vû par le cinquieme Exemple, d'un Cycle Solaire de 33. ans; Toutes les fois qu'on proposera de trouver un nombre d'années qui doit produire une autre Epacte quelconque donnée; il faudra premierement diviser cette Epacte par $5' \frac{7}{13}$ Secondement multiplier le période de 33. ans par le nombre entier le plus approchant du quotient de cette division, & troisiemement du produit ôter 260 autant de fois qu'il se pourra.

EXEMPLE VI.

On a vû ci-dessus que l'Equinoxe moyen d'♈ étoit arrivé à Paris en 1749. le 21. Mars N. S. à $21^h\ 57'$ 21".

21″, c'est-à-dire, 2h 2′ 39″ avant midi; on demande combien d'années auparavant il est arrivé à midi juste. Dissert II. I. Part.

On divisera 2h 2′ 39″ ou 122′ 39″ par 5′ $\frac{7}{15}$ ou par $\frac{72}{15}$; ce qui donnera pour quotient en nombre entier le plus approchant 22 & un reste de 0′ 28″, multipliant ensuite 33. ans par 22, il viendra 726, d'où ôtant 260 deux fois, il viendra 206 années à retrancher, & par conséquent 54 années à ajouter à l'année 1749. pour avoir celle où l'Equinoxe d'♈ arrivera à Paris aussi près de l'heure de midi qu'il est possible, savoir, le Mecredi 22. Mars (Style Gregorien,) de l'année 1803. à 23h 59′ 12″, ou le Jeudi 23. (St. Gr.) & le 17. V.S. à 11h 59′ 12″ du matin de l'année 1803.

PROBLEME III.

On demande dans quel ordre les Années Bissextiles doivent être arrangées dans le Cycle de 260. ans, pour que l'Equinoxe moyen tombe toujours sur le même quantieme du mois.

Cet ordre dépend du choix de l'année que l'on prend pour la premiere du Cycle & du Méridien du lieu.

Mais supposons en général que l'un & l'autre soient indéterminés, je dis que chaque Cycle de 260. ans doit être composé de 7. Cycles consécutifs de 33. ans & d'un 8me. de 29. ans, & chacun des 7. Cycles de 33. ans sera composé à son tour de 7. Cycles de 4. ans & d'un 8me. de cinq ans, & le dernier Cycle de 29. ans comprendra aussi 6. Cycles de 4. ans & un 7me. de cinq ans.

DEMON-

Dissert. II.
I. Part.

Demonstration.

Le Cycle parfait de 260. ans contenant deux jours de moins que 260. années Juliennes, ce Cycle devra comprendre aussi par conséquent deux années Bissextiles de moins, & deux années communes de plus. Ce qui est précisément ce que donneroit la somme de tous les Cycles dont je viens de parler. Et comme ces Cycles sont les plus exacts qu'on puisse employer (à la reserve de celui de 260. qui les renferme tous,) il est clair qu'ils doivent donner la disposition de Bissextiles la plus parfaite qu'il soit possible.

PROBLEME IV.

Supposant que le Cycle parfait de 260. ans contienne non seulement les 7. Cycles de 33. ans & le 8me. de 29. ans dont je viens de parler, mais même qu'ils s'y trouvent rangés précisément dans cet ordre, ensorte que la premiere année du premier Cycle de 33. ans, laquelle est commune, soit en même tems la premiere du Cycle de 260, & la derniere du Cycle de 29 ans, laquelle est Bissextile, soit en même tems la derniere du Cycle de 260, on demande à quelle heure l'Equinoxe devra arriver dans la premiere année de ce Cycle.

Pour rendre plus aisé le calcul nécessaire à la Solution de ce Probléme, je supposerai 1mo., comme ci-devant, le jour divisé non en heures & minutes, mais en parties 260emes, que je marquerai ainsi 260^a 60^a 11^a &c.

Je suppoſerai 2°. que ſuivant la forme la plus naturelle d'années, qui étoit auſſi celle des anciens, le jour intercalaire tombe ſur la fin de l'année & après l'Equinoxe, & non au commencement & avant l'Equinoxe, comme dans le Calendrier Julien moderne. *Diſſert. II. I. Part.*

Il s'enſuit delà 3°. que dans toutes les années non biſſextiles, l'Equinoxe doit arriver tout au plus 197^a après l'heure, à laquelle le jour & l'année civile commencent; car l'année Aſtronomique étant de 365 jours 63^a, ſi l'Equinoxe de l'année propoſée arrivoit par exemple 198^a après le commencement du jour civil, l'Equinoxe de l'année ſuivante arriveroit 365j. & 261^a, ou 366 jours complets & 1^a après le commencement civil de ce jour, & par conſéquent il tomberoit dans le 367ᵉᵐᵉ jour civil, & l'année propoſée ſeroit néceſſairement intercalaire.

Ce raiſonnement prouve en même tems 4°. que dans les années intercalaires, l'Equinoxe doit arriver pour le moins 197^a. après l'heure à laquelle le jour civil commence.

5°. Or dans le grand Cycle de 260 ans il y a 63 années intercalaires, dans chacune deſquelles l'Equinoxe doit arriver à une heure différente, ou à un nombre différent de parties 260ᵐᵉˢ. après l'heure à laquelle le jour civil commence; ce qui donne 63 nombres différens pour les momens des Equinoxes de ces 63 années, & ces 63 nombres rempliront préciſément l'intervalle de 197^a à 261^a, dans lequel nous venons de voir que doit tomber le moment de l'Equinoxe des années intercalaires. Notre Problême eſt donc réduit à ſavoir quel ſera

Dissert. II. I. Part. le nombre de parties 260mes. pour la premiere ou pour la derniere de ces intercalaires.

6°. Appellons ce nombre pour la derniere x^a, on aura dabord $x^a > 197^a$, & $< 260^a$.

7°. L'Epacte de 4 ans étant de 8^a soustractive, on aura l'intervalle compris entre le commencement du jour civil & l'Equinoxe de la 4e. année $= x^a - 8^a$ & $> 197^a$ & $< 260^a$, & par consequent $x > 205^a$, mais toujours plus petit que 260^a.

8°. On trouvera de la même maniere le moment de l'Equinoxe de la 8e. année, c'est-à-dire, l'intervalle compris entre le commencement du jour civil, & le moment de l'Equinoxe de cette 8e année $= x^a - 16^a$ & $> 197^a$. Et par conséquent $x^a > 213^a$. Et pour la 12eme. $= x^a - 24^a$, & partant $x > 221^a$, & enfin pour la 28eme. cet intervalle sera $= x^a - 56^a$ & $x > 253^a$.

9°. On le trouvera pour la 32eme. $= x^a - 64^a$, & comme elle ne doit pas être bissextile, on aura (N°. 3°.) $x^a - 64^a < 197$, ou $x^a < 261$. Ce qui est clair, puisqu'il doit être < 260.

10°. Mais l'Epacte de 33 ans étant de $- 1^a$ soustractive & la 33eme année devant être Bissextile, on trouvera, en raisonnant sur cette 33eme comme nous avons fait sur les autres, on trouvera, dis-je, $x - 1 > 197$ ou $x > 198$; ce qui encore est déja prouvé dans le N°. 8°. dans lequel nous venons de voir que x devoit être > 253.

11°. Laissant donc l'examen des moments de l'Equinoxe des premieres & des dernieres années bissextiles de

de chaque petit Cycle de 33 ans, lesquels moments nous donneront toujours x ſimplement $\triangleright$ 197 ; nous examinerons ce qui reſulte de chaque 7eme. année intercalaire de ces ſeconds Cycles : Et d'abord nous trouverons que l'intervalle du commencement du jour civil à l'Equinoxe dans cette ſeptieme intercalaire ou la 61eme. année du grand Cycle ſera $= x^a - 57^a$, & par conſéquent $x \triangleright 254$. Ce même intervalle ſe trouvera pour la ſeptieme intercalaire du 3eme. Cycle de 33 ans, ou pour la 94eme année du grand $= x^a - 58^a$; & partant $x \triangleright 255$, & ainſi de ſuite juſqu'à la ſeptieme intercalaire du 7eme. Cycle de 33 ans, dans laquelle cet intervalle ſera $= x^a - 62^a$, & partant $x \triangleright 259$. Enfin on trouvera ce même intervalle entre le commencement du jour civil & le moment de l'Equinoxe de la 28eme. année du 8eme. Cycle (lequel n'eſt que de 29 ans) $= x^a - 62^a$. Mais comme cette année doit être commune, il en réſultera que $x^a - 63 \triangleleft 197$, ou $x^a \triangleleft 260$; ce qui eſt déja évident par lui-même : d'où il ſuit enfin que x ou l'intervalle compris entre l'heure à laquelle on ſuppoſe que le jour civil commence, & l'heure de l'Equinoxe de la 260eme. ou derniere année de chaque grand Cycle ſera $\triangleright 259$ & $\triangleleft 260$; partant celui de la 1ere. $\triangleright 62$ & $\triangleleft 63$, ou que dans la premiere année de chaque grand Cycle de 260 ans, tel que nous l'avons ſuppoſé dans le Problême précédent, l'Equinoxe devra tomber entre $5^h\ 43'\ 20''$ & $5^h\ 48'\ 55''$ après l'heure à laquelle le jour civil commence.

Differt II.
I. PART.

COROLL. I.

Si comme dans le Calendrier Julien & Gregorien le jour intercalaire précéde celui de l'Equinoxe, il eſt clair que l'Equinoxe de l'année Biſſextile dans ce Calendrier eſt le même que l'Equinoxe de la 1ere. année commune après l'intercalaire dans la forme précédente. Et par conſéquent que la premiere année du grand Cycle de 260 ans dans le Calendrier Gregorien, répond à la 2de. du même Cycle dans la forme précédente ; d'où il ſuit que dans la premiere année du grand Cycle de 260 ans, ſelon la forme Grégorienne, l'Equinoxe arrivera entre $11^h\ 32'\ 15''$ & $11^h\ 37'\ 50''$ après l'heure à laquelle le jour commence. Cette année pour le méridien de Paris, eſt l'année 1708, à ſuppoſer que le jour commence à minuit, & à prendre l'Equinoxe moyen & l'année 775 ou 1815 pour l'Equinoxe vrai.

COROLL. II.

Si au lieu de ſuppoſer que le plus petit Cycle moyen du grand Cycle de 260 ans au lieu d'être le 8eme. ſoit le 1er., & que le plus grand des petits Cycles de chaque Cycle moyen, au lieu d'être le dernier ſoir le 1er., il arrivera que la premiere année de ce nouveau grand Cycle répondra à la 227eme du Cycle dont nous avons parlé juqu'ici ; & l'Equinoxe de cette premiere année devra arriver entre 0^a & 1^a après l'heure à laquelle le jour commence. On verra dans la ſuite pourquoi j'ai parlé ici de ce Cycle.

COROLL.

COROLL. III.

Comme les moments des Equinoxes du Printems tombent toujours ſur des nombres précis de parties 260mes. pour le Méridien de Jéruſalem, il y a toujours deux années éloignées de 33 ans l'une de l'autre, qui peuvent également être priſes pour les premieres d'un grand Cycle. Ces années, (à ne compter que par l'Equinoxe moyen, & ſuppoſant le commencement du jour à minuit) ſont l'an 1686 & l'an 1719; mais ſi l'on ſe ſert des Equinoxes d'Automne, on ne trouvera qu'une ſeule année qui puiſſe être priſe pour la 1ere. d'un tel Cycle, ſavoir l'an 1702, & l'an 1538 pour la premiére du Cycle dont j'ai parlé dans le Coroll. précédent. Si l'on ſuppoſe enfin que le jour civil commence ſuivant l'uſage des anciens peuples à 6h. du ſoir, cette année ſeroit pour ce nouveau Cycle l'an 1603.

COROLL. IV.

Si l'on compare la diſpoſition des années Biſſextiles dans le Cycle de 260 ans avec celle du Calendrier Gregorien du Cycle de 400 ans, on trouvera que l'Equinoxe, qui ſuivant les deux derniers Problêmes, reſte toujours fixe au même quantiéme du mois, peut quelques fois parcourir dans le Calendrier Grégorien trois différents quantiémes, & cela dans l'eſpace de 7 à 8 ans ſeulement; de façon que par la maniere dont les années Biſſextiles ſont arrangées dans ce Calendrier, le jour de l'Equinoxe peut quelques fois varier en moins

 de

Differt. II. I. Part. de 8 ans, autant qu'il variera dans l'intervalle de quatre fiécles dans l'ancien Calendrier Julien. En effet l'an 1697 l'Equinoxe vrai du Printems arriva, felon les obfervations de MM. de l'Academie Royale des Sciences le 19 de Mars à 8^h 35 minutes du foir l'an 1698, le 20 de Mars à 1^h 45′ du matin, & l'an 1702 le 21 Mars à 1^h 57′ du matin auffi; c'eft-à-dire, que dans l'intervalle de 5 ans depuis l'an 1697 jufqu'à l'an 1702 il parcourut les 19, 20 & 21 de Mars. Mais en voilà affez fur cet article.

Je vais donner à préfent la maniere de trouver le jour de l'Equinoxe dans le Calendrier Julien, foit par raport au quantiéme du mois, foit par raport à celui de la femaine. Mais il faut auparavant établir une époque plus commode pour cette efpéce de calcul que l'année 1749. Car il convient que cette époque tombe fur une année Biffextile & dont l'Epacte foit fort petite. Telle eft l'année 1780, dont l'Epacte à compter depuis minuit pour le Méridien de Jérufalem eft + 5^a l'Equinoxe arrivant le Mecredi 11e. de Mars Julien à minuit 27′ 42″, ou bien l'année 1768 dans laquelle il arrive un Samedi le même quantiéme de Mars, & à la même heure environ pour le méridien de Paris &c.

EXEMPLE VII. PROBLEME V.

Trouver par le moyen des Epactes précédentes, & pour une année quelconque donnée, le jour du Calendrier Julien dans lequel arrive l'équinoxe moyen.

1°. Prenez le nombre X d'années écoulées entre l'année

née qui sert d'époque, comme par exemple 1768 & l'année proposée, supposant que ce soit 1800, ce nombre X sera = 32.

2°. Prenez l'Epacte solaire qui convient à ce nombre d'années comme ici 32×63^a ou 8 jours — 64^a.

3°. Ajoutez cette Epacte au jour & à l'heure de l'Equinoxe pour l'année de l'époque.

4°. Prenez aussi le nombre d'années Bissextiles ou de Cycles de 4 ans, ou le nombre de jours intercalaires depuis l'année de l'époque jusqu'à l'année proposée comme ici 8 jours.

5°. Retranchez ce nombre de jours de la somme trouvée dans l'article précédent, le reste sera le jour & l'heure de l'Equinoxe pour l'année proposée.

Dans l'Exemple que nous avons pris, ce reste = 10e. Mars Julien + 201^a ou le 21eme. Gregorien à 6^h $33'$ $13''$ du soir.

EXEMPLE VIII.

On demande le jour & l'heure de l'Equinoxe de la même année 1800 *pour le méridien de Jerusalem.*

1°. De 1800 otez l'année de l'Epoque, savoir 1780 il restera 20. ans.

2°. Prenez l'Epacte Solaire de 20 ans $= 20 \times 63^a = 5$ jours $- 40^a$ ou $= 4$ jours $+ 220^a$.

3°. Ajoutant cette Epacte au jour & à l'heure de l'Equinoxe de l'année 1780, savoir au 11me. de Mars $+ 5^a$, il viendra le 15me. $+ 225^a$.

4°. Prenez le nombre des Cycles de quatre ans ou des

Differt. II. 1. Part. des jours biffextiles intercalaires depuis l'Equinoxe de l'an 1780. jufqu'à l'Equinoxe de l'an 1800, lequel nombre eft = 5 jours.

5°. Otez ce nombre du 15me. de Mars + 225^{a} le refte = 10me. + 225^{a} ou le 10me. de Mars 8^{h} 46′ 9″ du foir, donnera le jour & l'heure de l'Equinoxe moyen de l'an 1800. pour le méridien de Jérufalem.

REMARQUE I.

Si l'on ôte 2^{h} 13′ 50″ du moment de l'Equinoxe nommé pour le Méridien de Jérufalem, on aura 6^{h} 32′ 19″ pour celui du Méridien de Paris un peu plus exact que par l'exemple précédent.

REMARQUE II.

Lorfque l'année propofée fe trouve préceder celle de l'Epoque, il n'y a qu'à retrancher 260 ans de celle-ci, & ajouter 2 jours au quantieme, & l'on aura une nouvelle Epoque dont on fe fervira comme de la précédente.

EXEMPLE IX.

On propofe de trouver le jour de l'Equinoxe de l'année 1749. *pour le Méridien de Jérufalem.*

L'année 1749. précedant l'année 1780, on ôtera 260 de 1780, & on ajoutera 2. au 11me. de Mars pour avoir l'Equinoxe de 1520. le 13. de Mars à 5^{a} ou à 0^{h} 27′ 42″ du matin à Jérufalem.

De l'an 1520. à l'an 1749, il y a 229. ans dont l'Epacte Solaire = 229×63^{a} = 55 jours + 127^{a}, l'a-

joutant

joutant au 13eme. de Mars + 5^{a}, il viendra le 68eme. de Mars + 132^{a}. *Differt. II. I. Part.*

Mais depuis l'Equinoxe de l'an 1520 jusqu'à celui de 1749, il y a eu 57 jours intercalaires; ôtant donc 57 jours de la somme précédente, il viendra le 11e. de Mars Julien, ou le 22e. de Mars Gregorien + 132^{a}, ou Midi 11′ 5″ pour le jour & l'heure de l'Equinoxe de l'an 1749 au Méridien de Jérusalem.

Si l'on en ôte 2^{h} 13′ 46′, il viendra le 22me. de Mars Gregorien 9^{h} 57′ 19″ pour le même moment au Méridien de Paris.

PROBLEME VI.

Trouver le jour de la semaine auquel arrive l'Equinoxe dans une année proposée.

1°. Prenez le nombre d'années écoulées depuis l'année qui sert d'Epoque jusqu'à la proposée.

2°. Prenez l'Epacte Solaire qui convient à ce nombre d'années.

3°. Ayant changé ce nombre d'années à un pareil nombre de jours, ajoutez-le avec l'Epacte Solaire au jour ou quantiéme de la semaine dans lequel est arrivé l'Equinoxe pour l'année de l'époque.

4°. De cette somme otez 7 tant qu'il se pourra, le reste sera le quantiéme de la semaine, auquel arrivera l'Equinoxe pour l'année proposée. ♄

EXEMPLE X.

On demande quel jour de la semaine arrivera l'Equinoxe du Printems de l'année 1800.

1°. De l'an 1780 à l'an 1800 il y a 20 ans.

2°. L'Epacte Solaire de 20 ans = 4 jours + 220ª.

3°. Ayant pris 20 jours pour 20 ans & 4 pour le quantiéme de la femaine auquel eft arrivé l'Equinoxe l'an 1780 qui étoit un Mecredi, on ajoutera enfemble 20 jours 4 jours + 220ª & 4 jours + 5ª de la fomme 28 jours + 225ª; ôtant 7 quatre fois il ne reftera rien: ce qui fait voir que l'Equinoxe arrivera un Samedi 225ª après minuit ou à 8ʰ 46′ 9″ du foir à Jérufalem.

REMARQUE III.

Lorfque l'année propofée précéde l'époque, on retranchera 260 ans de celle de l'époque, & 1 jour du quantiéme de la femaine; ce qui donnera une nouvelle Epoque dont on fe fervira comme de la premiere.

EXEMPLE XI.

On demande quel jour de la femaine arrive l'Equinoxe de 1749.

L'année 1749 précédant l'année 1780 qui fert d'époque, on retranchera 260 de 1780, & un jour du quantieme de la femaine qui eft le 4ᵉᵐᵉ. favoir un Mecredi, & l'on aura pour nouvelle époque l'an 1520 le 13ᵉ. de Mars Julien, le 3ᵉ. jour de la femaine un Mardi à 5ª ou à 0ʰ 27′ 42″ du matin.

Depuis l'année 1520 jufqu'à 1749 il y a 229 années dont l'Epacte Solaire = 55 jours + 127ª changeant ces 229 années, en 229 jours, on ajoutera enfemble 229 jours + 3 jours + 5ª + 55 jours + 127ª pour avoir

avoir 287 jours + 132^a, d'où ôtant 7 autant qu'il se peut, il ne reste rien; ce qui fait voir que l'Equinoxe arrive un Samedi à 132^a ou à midi 11′ 4″. Differt. II. I. Part.

Exemple XII.

On demande quel mois & quel jour du mois, & de la semaine, dans le Calendrier Julien, & à quelle heure est arrivé l'Equinoxe du Printems de l'an 4102 avant l'Ere Chrêtienne, ou de l'an 612 de la Période Julienne.

L'année 1780 qui nous sert d'Epoque étant la 6493me de la Période Julienne, est precédée de 5881 ans par l'an proposé. De façon qu'il faudra retrancher de cette 1ere. non pas seulement 260 ans, mais 23 fois 260 ans, ou 5980 ans, & par consequent ajouter 23 fois 2 jours au quantieme du mois, savoir au 11e. de Mars, & ôter 23 jours du quantieme de la semaine, savoir du 4eme. ou du Mecredi; & l'on aura pour nouvelle Epoque l'an 513 de la Période Julienne le 26eme. Avril le 2e. jour de la semaine, ou le Lundi à 5^a ou à 0^h 27′ 42″ du matin pour le moment de l'Equinoxe.

Depuis l'an 513 jusqu'à 612 il y a 99 ans & 24 jours intercalaires; & l'Epacte Solaire de cet intervalle = 99 × 63^a sera = 23 jours + 257^a; ajoutant donc 23 jours + 257^a au 26eme. Avril + 5^a on aura le 50eme. d'Avril + 2^a; d'où ôtant 24 jours il viendra le 26eme. d'Avril à 2^a, ou à 0^h 11′ 5″ du matin pour le moment de l'Equinoxe.

De plus ajoutant encore ensemble 99 jours, le 2eme. de la semaine + 5^a, & 23 jours + 257^a, il viendra

 125 jours, d'où ôtant 7 autant de fois qu'il se peut, il viendra le 6eme. jour de la semaine ou le Vendredi pour ce même jour là.

REMARQUE.

Il ne sera pas inutile de dire deux mots de la combinaison de tous les Cycles Solaires dont nous venons de parler avec le Cycle Septenaire de la semaine : l'année étant $= 365$ jours $\frac{63}{260} = 7 \times 52$ jours $+ 1$ jour $+ \frac{63}{260}$, son Epacte hebdomadaire sera $= + 1$ jour $+ \frac{63}{260}$.

Celle du Cycle de 4 ans sera par là même (à cause du jour intercalaire) $= + 5$ jours $- 8^a$ ou $= - 2$ jours $- 8^a$. Celle du Cycle de 5 ans $= + 6$ jours $+ 55^a$. ou 0 jour $- 205^a$.

Celle du Cycle de 29 ans $= + 1$ jour $+ 7^a$.

Celle du Cycle de 33 ans $= - 1$ jour $- 1^a$.

Enfin celle du Cycle de 260 ans $= + 1$ jour.

SECONDE PARTIE,

Où l'on traite de l'Année Lunaire.

APrès avoir expliqué ce qui regarde l'année purement Solaire, je vais passer à l'année Lunaire, en commençant par la maniere de la combiner simplement avec le mo-

moment de l'Equinoxe, c'est-à-dire avec la révolution annuelle du Soleil, considérée indépendamment de sa révolution diurne, & en n'emploiant cette derniere qu'en qualité de mesure. *Dissert. II. II. Part.*

Puisque 12863 mois Lunaires s'achevent en même tems que 1040 années Solaires, il s'ensuit 1°. que si le mois Lunaire est supposé divisé en 1040 parties, l'année en contiendra 12863. 2°. Que hors le cas de la révolution du Cycle, il n'est pas possible d'accorder l'année Solaire avec la Lunaire qu'à une, ou plusieurs $\frac{1}{1040^{mes}}$. parties d'un mois Lunaire, lesquelles sont les plus petites mesures communes de ces deux années. Appellant donc le mois Lunaire M, on aura $M = \frac{1040^a}{12863} = \frac{1040}{12863} \times \frac{949631 \text{ j.}}{260} = \frac{379852 \text{ j.}}{12863} = 29 \text{ jours } \frac{1}{2} + \frac{393\frac{1}{2}}{12863}$ ou $+ 44' \frac{668}{12863^{eme}}$ ou $+ \frac{50'}{963}$ à fort peu près. Et la 1040eme. du mois Lunaire $= 41' - \frac{1'}{9}$ ou à $40' \frac{8}{9} - \frac{1}{2650^{eme}}$.

Je marquerai dans la suite ces 1040mes. des mois Lunaires par un petit *b*, en cette sorte $3^b = 2^h\, 2'\, 40''$, $9^b = 6^h\, 8'\, 0''$ &c.

Il est remarquable qu'il ne s'en faut qu'une unité que le nombre $12863 = 12864 - 1$ Lunaisons comprises dans le grand Cycle, ne soit exactement divisible par 64, & par conséquent par 4. d'où il suit que 520 revolutions Solaires, lesquelles comprennent un nombre entier de jours, savoir 189926 comprennent aussi un nombre complet de mois Lunaires, plus un demi mois exact ;

Dissert. II. II. Part. & de même le Cycle Solaire de 260 ans qui contient le nombre entier de 94963 jours comprendra exactement un certain nombre de mois Lunaires, plus un quart de mois; d'où il suit que si une nouvelle Lune, par exemple, est arrivée dans quelque année du 1er. Cycle de 260 ans, à une certaine heure & minute d'un quantiéme déterminé d'un mois aussi déterminé; à la même année, au même mois, au même quantiéme, à la même heure & minute du Cycle suivant, arrivera la premiére quadrature, & aussi précisément à la même distance de l'Equinoxe. A la même heure encore & minute du même jour du mois de la même année du troisiéme Cycle de 260 ans arrivera la pleine Lune; & de même la seconde quadrature dans le quatrieme & dernier Cycle, ce qui fournit une méthode de construction, pour un Calendrier fort simple, & fort singulier, comme on le verra dans la suite.

Puisqu'encore 1040 ans Solâires sont $= 12863$, mois Lunaires, on aura 1 an $= \frac{12863M}{1040} = 12M + \frac{383M}{1040}$ & 3 ans $= 37M + \frac{109M}{1040}$ & 19 ans $= 235M - \frac{3M}{1040}$.

PROBLEME VII.

Si l'on veut donc savoir 1°. combien l'Année Lunaire avance sur la Solaire, ou la nouvelle Lune sur l'Equinoxe, au bout d'un nombre donné X d'années Solaires.

Il n'y a qu'à multiplier 383 par X, & du produit retrancher 1040 tant que l'on pourra, le reste donnera le

le retardement cherché en 1040mes. parties du mois Lunaire, dont chacune vaut $40' \frac{8}{9}$. Differt. II. II. Part.

Pour rendre le calcul de ces Epactes plus aisé, il faut remarquer 1°. que celles des intervalles de 3 ans & de 19 ans surtout, étant fort simples, si l'on divise le nombre d'années donné en intervalles de cette espéce, & que l'on multiplie les quotients de ces divisions par les petites Epactes correspondantes aux diviseurs, leur difference, parce que celles de 19 ans sont additives, & celles de 3 & de 1 ou deux ans soustractives, donnera en nombres fort courts l'Epacte cherchée; mais il faut premierement trouver les Epactes de 3 ans & de 19 ans.

Exemple XIII.

Pour avoir l'Epacte de 3 ans on multipliera 383^b par 3, ce qui donnera 1149^b; d'où ôtant 1040^b, il viendra 109^b ou 3 jours $1^h\ 40'\ 51''$ pour Epacte soustractive.

Exemple XIV.

Pour avoir l'Epacte de 19 ans, on considérera que 19 étant $= 6 \times 3 + 1$, cette Epacte devra être égale à 6 fois l'Epacte de 3 ans plus celle d'un an $= 6 \times 109^b + 383^b = 654^b + 383^b = 1037^b$ soustractive, ou en ôtant cette Epacte de 1040^b à 3^b ou $2^h\ 2'\ 40''$ additive.

Exemple XV.

On demande l'Epacte de 873. *ans.*

Ayant

Dissert. II. II. Part. Ayant divisé 873 par 19, on aura pour quotient 45 avec un reste de 18 ans. Divisant ensuite 18 par 3, on aura pour quotient 6 sans reste.

Multipliant 45 par 3^b, il viendra une Epacte additive de 135, & multipliant 6 par 109 il en viendra une soustractive de 654, la différence de ces Epactes donnera l'Epacte totale de 873 ans $= 519^b$ soustractive $= \frac{1}{2}$ mois Lunaire $- 40' \frac{8}{9} =$ 14 jours $18^h\ 22'\ 1\frac{1}{2}'' - 40'\ 54\frac{1}{2}''$ $=$ 14 jours $17^h\ 41'\ 7''$.

REMARQUE.

Lorsque l'Epacte ainsi trouvée sera plus grande que $520b$ ou qu'un demi mois Lunaire, on la retranchera de $1040b$ pour avoir une Epacte moindre que 520^b, & qui sera alors d'une espece ou d'une nature contraire à la précédente.

On demande par exemple

l'Epacte de 676 ans $= 35 \times 19 + 3 \times 3 + 3$ ans.

On aura

l'Epacte de 35×19 ans $= + 35 \times 3 = + 105$
l'Epacte de 3×3 ans $= - 3 \times 109 = - 327$
l'Epacte de 2×1 an $= - 2 \times 383 = - 766$

Epacte totale $= + 105^b - 1093^b = - 988^b$, laquelle étant plus grande que $520b$ sera retranchée de 1040^b pour avoir une Epacte additive $= + 52^b$.

EXEMPLE XVI.

On demande l'Epacte de 353. ans, multipliant 353 par 383 il vient $135199 = 130 \times 1040 = 1$, ce qui

qui fait voir que l'Epacte de ce nombre d'années est additive & la plus petite qu'il soit possible, & par conséquent que ce période de 353 ans est le Cycle Lunaire le plus exact de tous les imparfaits. *Dissert. II. II. Part.*

Exemple XVII.

On demande l'heure de la nouvelle Lune Equinoxiale de l'année 1749 relativement à l'Equinoxe, c'est-à-dire, l'intervalle de tems, dont elle l'a précédé.

On considerera pour cela, que cette année est éloignée de 48 ans ou 3×16 ans de l'année 1701. De sorte qu'il n'y a qu'à multiplier 383 par 48, ou simplement 109 par 16, pour avoir 1744, d'où ôtant 1040 une fois, le reste 704 sera l'Epacte Lunaire de l'année 1749 par raport à l'année 1701. Or cette Epacte est $= 520 + 130 + 54 = \frac{1}{2}$ mois $+ \frac{1}{8}$ mois Lunaire $+ 54 \times 40' \frac{8}{9} =$ 14 jours $18^h\ 22'\ 1'' \frac{1}{2} +$ 3 jours $16^h\ 35'\ 30'' \frac{5}{8}$ $+$ 1 jour $12^h\ 47'\ 58'' \frac{3}{4}$, en tout 19 jours $23^h\ 45'\ 30''$; d'où ôtant le retardement de la nouvelle Lune d'Avril de l'an 1701 à l'égard de l'Equinoxe, lequel retardement a été trouvé ci-dessus dans l'Exemple III. de 16 jours $7^h\ 4'\ 20''$ il viendra la précession de la nouvelle Lune de l'an 1749 à l'égard de l'Equinoxe de 3 jours $16^h\ 41'\ 10''$.

Exemple XVIII.

On demande encore l'heure de la nouvelle Lune équinoxiale de l'année 1879 relativement à celle de l'Equinoxe.

Cette année est éloignée de 130 de l'année 1749.

 pour

Differt. II. pour laquelle nous venons de trouver la préceſſion de la
II. Part. nouvelle Lune à l'égard de l'Equinoxe de 3 jours 16^h $41' 10''$; or 130 étant $= 129 + 1 = 3 \times 43 + 1$ on multipliera 109 par 43, & 383 par 1. leſquels on ajoutera enſemble pour avoir 5070; ce qui étant ôté de $5200 = 5 \times 1040$ donnera une épacte additive $= 130 = \frac{1}{8}$ de mois Lunaire ou à 3 jours 16^h $35'$ $30''\frac{1}{2}$ Cette Epacte ôtée de la préceſſion de la nouvelle Lune équinoxiale de l'an 1749, donnera celle de l'an 1879 de 0 jours 0^h $5'$ $39''$ la plus petite par conſéquent qui puiſſe jamais ſe trouver entre la nouvelle Lune & l'Equinoxe.

L'heure de l'Equinoxe aiant été trouvée ci-deſſus pour cette année 1879 de 9^h $57'$ $21''$, on aura celle de la nouvelle Lune de 9^h $51'$ $42''$ à Paris; de ſorte que ſuppoſant la difference des méridiens entre cette ville & celle de Jéruſalem de 2^h $13'$ $46''$, comme je l'ai dit ci-deſſus, ou ſeulement de $1'$ $46''$ plus grande qu'on ne la ſuppoſe communement; il s'enſuivra que la nouvelle Lune de cette année 1879 ou 839 de l'Ere vulg. tombe ſur la même heure & la même minute à laquelle arrive l'Equinoxe 33 ans après, ou après une révolution du Cycle de 33 ans le 1er des imparfaits.

Il eſt remarquable que l'Epacte Lunaire de cette année 1879, eſt, comme l'on voit, à très peu près la même que l'Epacte Solaire du Cycle de 33 ans, ($= 5'\frac{7}{13}$ ou $5'$ $32''$) le plus parfait des imparfaits, l'excès de la ſeconde ſur la premiere n'étant que de $7''$, & pouvant aiſément être attribué à quelque erreur dans les poſitions fondamentales des Epoques & notamment à celles de

la

la Lune : je ſuppoſerai donc cette Epacte Lunaire de l'an 1879 exactement de 5′ 32″ ½. *Differt II.* II. PART.

REMARQUES

SUR LES CYCLES LUNAIRES.

Il s'enſuit de ce qui vient d'être dit, que ſi l'on prend ſucceſſivement tous les multiples de 353 comme 353, 706, 1059, 1412, 1765, 2118, 2471, 2824, & qu'on en retranche 1040 autant de fois que l'on pourra, ou que reciproquement, on les retranche de 1040 & ſes multiples ; ces differences entre les multiples de 353, & ceux de 1040 donneront ſucceſſivement tous les Cycles imparfaits.

	Ordre des Cycles.	Cycles par excès ou au bout deſquels la nouvelle Lune arrive après l'Equinoxe.	Excès	Cycles par défaut ou au bout deſquels la nouvelle Lune arrive avant l'Equinoxe.	Défauts
[a] Cycle de *Meton.*	I.	353	0h 41′	1040 — 353 = 687	0h 41′
	II.	706	1h 22′	1040 — 706 = 334	1h 22′
	III.	1059 — 1040 = [a] 19	2h 3′	2080 — 1059 = 1021	2h 3′
[b] Cycle de *Daniel.*	IV.	1412 — 1040 = 372	2h 44′	2080 — 1412 = 668	2h 44′
	V.	1765 — 1040 = 725	3h 24′	2080 — 1765 = [b] 315	3h 24′
	VI.	2118 — 2080 = 38	4h 5′	3120 — 2118 = 1002	4h 5′
[c] Autre Cycle de *Daniel.*	XX			9360 (= 9 × 1040) — 7060 (= 20 × 353) = [c] 2300	13h 38′

Differt. II. II. Part.

Je joindrai à ces Cycles celui de 6039 ans trouvé par M. *Caffini* : 6039 étant $= 17 \times 353 + 38$: & 38 étant $= 2118 - 2080 = 6 \times 353 - 2 \times 1040$. On aura $6039 = 23 \times 353 - 2 \times 1040$; d'où il paroît que ce Cycle eft du 23e. ordre affez éloigné du parfait, fon erreur étant de $23 \times 40' \frac{8}{9}$ ou $= 15^h\ 40' \frac{1}{2}$ dont la nouvelle Lune tarde par rapport à l'Equinoxe ; & comme l'Equinoxe tarde lui-même de $7^h\ 6' \frac{1}{2}$ par raport à la révolution diurne, comme on peut s'en convaincre par la méthode du premier Problême, il en refulte un retardement du retour de la nouvelle Lune par raport à la revolution diurne, de $22^h\ 47'$ ou une préceffion de $1^h\ 13'$. Si l'on vouloit donc que ce Cycle fût en même tems *Diurne* & *Luni-Solaire*, il faudroit fuppofer une augmentation d'une heure 13' fur la durée de 6039 années Lunaires, & de $16^h\ 53' \frac{1}{2}$ fur celle de 6039 années Solaires. Ces différences ne font pas abfolument affez grandes, pour qu'il fût impoffible de fuppofer dans les obfervations emploiées pour la détermination de la grandeur de l'année Solaire & Lunaire, des erreurs proportionnelles.

Il faut cependant avouer, que de dix déterminations differentes de cette grandeur de l'année, faites enfuite d'autant d'efpéces differentes d'obfervations de différens Aftronomes, & rapportées par M. Caffini dans fes Elemens d'Aftronomie *pag.* 232. & 249. il n'y en a pas une feule qui la faffe plus grande de 365 jours $5^h\ 48'\ 53''$; au lieu qu'à fuppofer le retour de l'équinoxe précifément à la même heure & minute du jour, au bout de ce Cycle de 6039, elle devroit être de 365 jours $5^h\ 49'\ 5''$.

PRO-

PROBLEME VIII.

Trouver combien il faut d'années Solaires ou Lunaires, pour donner lieu ou pour répondre à une Epacte Lunaire proposée.

On reduira cette Epacte en parties $\frac{1}{1040^{mes}}$ du mois Lunaire, chacune valant $40' \frac{8}{9}$ Ensuite considerant que celle d'une année est $= 383$ de ces parties, on nommera ce nombre d'années cherché X, ce qui donnera cette équation $383\,X$ — une ou plusieurs fois $1040 = E$ ou $383\,X \mp E$ divisible par 1040; & partant $1149\,X \mp 3\,E$, & de même $109\,X \mp 3$ & $327\,X \mp 9\,E$ & $56\,X \pm 8\,E$, & $112\,X \pm 16\,E$, & $3\,X \pm 19\,E$, & $57\,X \pm 361\,E$, & enfin $X \pm 353\,E$ divisible par 1040, & partant $X = 353\,E$, lorsque l'Epacte est additive, & $= 1040 - 353\,E$, lorsqu'elle est négative: ce Cycle de 353 ans contient 4366 mois.

AUTRE SOLUTION.

Considérant que le Cycle imparfait de 353 ans est (comme nous l'avons vû dans l'Exemple XVI) le Période d'années que donne la plus petite Epacte possible; on trouvera qui si on le multiplie par le nombre entier de fois que l'Epacte proposée contient cette plus petite partie de $40' \frac{8}{9}$ & que du produit on ôte 1040, autant qu'on pourra, le reste donnera le nombre d'années cherché. Il faut observer que le quotient de l'Epacte donnée, & divisée par la plus petite, doit toujours être le

 nom-

Differt. II. nombre entier le plus approchant du véritable, s'il eft
II. PART. fractionnaire; on en peut voir la raifon par le 1er. paragraphe de la pag. 77.

EXEMPLE XIX.

Etant donnée l'Epacte de l'année 1701. *de* 13 *jours* 5h 39' 43" *dont la nouvelle Lune de Mars a précédé l'Equinoxe, on demande quel eft le nombre d'années auquel répond une telle Epacte additive, & qui, ajoutée à l'an* 1701, *faffe tomber la nouvelle Lune fur l'Equinoxe.*

Si l'on divife 13j 5h 35' 43", ou 19059' 43" par $40' \frac{8}{9}$ on ne trouvera point de quotient exact en nombres entiers, le plus approchant étant de 466 avec un refte de 5' 30" ou plus exactement (en tenant compte de la fraction $\frac{1}{2650}$ *pag.* 58) de 5' 40"; ce qui fait voir qu'il ne peut y avoir jamais aucune année dans laquelle la nouvelle Lune tombe fur l'Equinoxe, & qu'elle n'en peut jamais être plus près que de 5' 40" ou, comme on l'a remarqué ci-deffus (Exemple XVIII.) que d'un intervalle $= 5' \ 32'' \frac{1}{2} =$ à l'Epacte Solaire du Cycle de 33 ans (Exemple V).

Multipliant 466 par 353, & du produit 164498 ôtant 1040, 158 fois, le refte 178 fera le nombre d'années à ajouter à l'an 1701 pour avoir l'année 1879 dont la nouvelle Lune fera la plus proche de l'Equinoxe.

Il s'agit à préfent de comparer les Mois Lunaires aux Jours Solaires, & de déterminer leurs Epactes.

Puifque 379852 jours font égaux à 12863 mois, il

il s'ensuit qu'en supposant le mois composé de 379852 parties, le jour en contiendra 12863; & par conséquent qu'il ne sera pas possible de combiner ensemble le jour & le mois qu'à une ou plusieurs 12863[emes] parties près du 1[er]. *Dissert. II. II. Part.*

Or $12863 = 12864 - 1 = \overline{201 \times 64} - 1 = 3 \times 67 \times 64 - 1$, & le jour $= 24^h \times 60' \times 60'' = 3 \times 2 \times 4^h \times 4 \times 15' \times 4 \times 15'' = 3 \times 2 \times 15 \times 15 \times 64''$, & par conséquent la $\frac{1}{12863^{eme}}$ partie d'un jour $= \frac{3 \times 64 \times 450''}{3 \times 64 \times 67} (= \frac{450''}{67}) \times \frac{12864}{12863}$ ou $= \frac{450''}{67} + \frac{450}{67 \times 12863} = 6'' + \frac{48''}{67} + \frac{1''}{191 + \frac{116}{225}}$ (ou simplement $+ \frac{1''}{191 \frac{1}{2}}$) ou enfin $= 6'' \frac{5}{7} + \frac{1}{136}$.

PROBLEME IX.

Il faut d'abord trouver l'avancement ou le retardement de l'heure de la nouvelle Lune, par rapport à la révolution diurne du Soleil, au bout d'un certain nombre donné Z de mois Lunaires.

On a, par ce qui vient d'être dit, le mois Lunaire $= 29$ jours $\frac{1}{2} + \frac{393 \frac{1}{2}}{12863}$ & par conséquent $2\,M = 59j + \frac{787}{12863}$. Si donc lorsque le nombre donné Z des mois Lunaires est pair, on multiplie $\frac{1}{2}$ Z par 787, & que du produit on ôte 12863 autant qu'il sera possible, le reste donnera le retardement de la nouvelle Lune en parties $\frac{1}{12863^{mes}}$.

du

Differt. I. II. Part. du jour, dont chacune vaut $6'' \frac{5''}{7} + \frac{1}{136^{eme}}$. Lorsque Z est impair, il n'y a qu'à prendre le nombre pair immédiatement précédent & à l'Epacte trouvée ajouter 6825 ou $12^h\ 41'\ 3''$, ou simplement multiplier Z par 6825, & du produit ôter 12863 tant que l'on pourra.

EXEMPLE XX.

On demande l'Epacte Diurne Lunaire *de 49 mois Lunaires.*

On a $49 = 48 + 1$, multipliant donc 24 par 787; il viendra 18888, à quoi ajoutant 6825, on aura 25713; ce qui ôté du double de 12863 ou de 25726 donnera une Epacte soustractive de 13, laquelle multipliée par $6'' \frac{5}{7}$ donnera enfin l'avancement ou la précession de la nouvelle Lune au bout de 49 mois de $0^h\ 1'\ 27'' \frac{2}{7}$.

EXEMPLE XXI.

On demande l'Epacte Diurne Lunaire *de 17 mois.*

$17 = 2 \times 8 + 1$. Multipliant donc 8 par 787, au produit 6296 ajoutant 6825, & de la somme 13121 ôtant 12863, le reste 258 sera l'Epacte additive cherchée, laquelle multipliée par $6'' \frac{5}{7} + \frac{1}{139}^{me}$, donnera $0^h\ 28'\ 54'' \frac{1}{2}$ & celle de 4267 mois $= + 443 = 49'\ 35''$ (voiez l'Exemple XXV.)

EXEMPLE XXII.

On demande l'Epacte Diurne Lunaire *de 5933 mois.*

5933

$5933 = 121 \times 49 + 4$ mois ; d'où il ſuit que l'Epacte de 5933 mois ſera $= 121$ fois l'Epacte de 49 mois ou $- 121 \times 13 +$ l'Epacte de 4 mois $= - 1573 +$ l'Epacte de 4 mois. Diſſert. II. II. Part.

Or l'Epacte de 4 mois $= 2 \times 787 = 1574$; ainſi celle de 5933 mois ſera $= + 1$, c'eſt-à-dire à la plus petite Epacte *diurne Lunaire* poſſible, & l'intervalle de 5933 mois eſt le Cycle diurne Lunaire le plus exact des imparfaits.

Si l'on fait comme 12863 mois à 379852 jours de même 5933 mois au nombre de jours contenus dans ce Cycle, on le trouvera de $175205 + \frac{1}{12863}$.

PROBLEME X.

Que l'on propoſe maintenant de trouver un nombre de mois qui puiſſe produire une Epacte propoſée.

On reduira cette Epacte à un nombre E de parties $\frac{1}{12863}$eme. de jour ; conſidérant enſuite que l'Epacte d'un mois eſt égale à 6825 de ces mêmes parties, on formera cette Equation, $N\,6825 - M\,12863 = \pm E$; ou $N \times 6825 \mp E$ diviſible par 12863, ce qui donnera N par cette opération.

Dissert. II. II. Part.

$A.\ N \times 6825 \mp E$
$\times 2$
$N \times 13650 \mp 2E$
$-\ 12863$

$B.\ N \times 787 \mp 2E$
$\times 9$
$N \times 7083 \mp 18E$
$-\ 6825 \pm E = A$

$C.\ N \times 258 \mp 17E$
$\times 3$
$N \times 774 \mp 5E$
$-\ 787 \pm 2E = B$

$D.\ N - 13 - 49E$
ou $N + 13 + 49E$
$\times 20$
$N \times 260 + 980E$
$-\ 258 \pm 17E = C$

$E.\ N \times 2 \pm 997E$
$\times 6$
$N \times 12 \pm 5982E$
$-\ 13 - 49E = D$

$-\ N + 5933E$

divisibles par 12863 & par conséquent $N = 5933E$.

Si

Si l'on ſuppoſe que l'Epacte propoſée ſoit la plus petite poſſible $= \frac{1}{12863}$eme de jour, on aura N = 5933; ce qui donnera le plus exact de tous les Cycles diurnes Lunaires imparfaits de 5933 mois ou 175205 jours. Ce Cycle multiplié ſucceſſivement par 1, 2, 3, 4, &c. donnera tous les différens Cycles diurnes Lunaires, qui ont pû juſques à préſent être connus. J'en donnerai quelques Exemples.

Exemple XXIII.

Le 1er. ſera le Cycle de *François Viete*, ſi celebré par divers habiles Aſtronomes, & entr'autres *Riccioli* & *Kepler*. Il devoit, ſelon ſon auteur, ramener le Soleil & la Lune enſemble à la même heure, & minute du même jour du Calendrier Julien au bout de 42053. mois Lunaires. Mais par malheur que ce n'étoit pas au même point de l'Ecliptique, il s'en faut près d'un ſigne. Quoiqu'il en ſoit, ſi l'on retranche du nombre 42053 des Lunaiſons de ce Cycle, celles que comprennent trois Cycles de Daniel, on aura pour reſte 3464 Lunaiſons. Ce nombre diviſé par celui de 49, dont l'Epacte ſouſtractive eſt 13, donnera pour quotient 70 avec un reſte de 34 = 2 fois le nombre de 17 mois dont l'Epacte eſt 258 additive; d'où il ſuit que l'Epacte véritable de ce nombre 3464 Lunaiſons, & par conſéquent celle du Cycle de *Viete* ſera $= - 70 \times 13 + 2 \times 258 = - 394$. Cette Epacte multipliée par $6'' \frac{5}{7} + \frac{1}{136}$ donnera l'erreur de ce Cycle de $0^h\, 44'\, 8'' \frac{1}{2}$

Differt. II. II. Part. dont il eſt trop long, ce qui, ſur un intervalle auſſi long que celui de plus de 3400 ans, n'eſt pas fort conſidérable. La valeur de cette même Epacte 394 fois plus grande que celle du Cycle de 5933 Lunaiſons, & négative, fait voir qu'il reſulte du produit de ce Cycle multiplié 394 fois, & retranché du multiple du Cycle parfait le plus approchant par excès: Ainſi ce Cycle de *Viete* eſt du 394me. ordre.

EXEMPLE XXIV.

Si l'on examine de même le Cycle de M. Caſſini dont j'ai parlé ci-deſſus, qui étoit de 6039 ans, l'ayant retranché de 6240 ($= 6 \times 1040$) & ayant pris le nombre des Lunaiſons compris dans le reſte qui eſt de 201 ans, on le trouvera de 2486. Lunaiſons. Ce nombre diviſé par 49. donnera pour quotient 50. avec un reſte de 36 Mois Lunaires.

Or l'Epacte de 50 fois	49	mois	$= - 650$
celle de	34	mois	$= + 516$
& celle de	2	mois	$= + 787$
d'où reſulte celle de 2486			$= + 653$

laquelle devient ſouſtractive pour le Cycle propoſé, parce qu'il eſt formé en ſouſtraiſant ce nombre de 2486 Lunaiſons, d'un multiple du Cycle parfait.

Cette Epacte ſouſtractive de celui de 6039 ans, étant donc multipliée par $6'' \frac{5}{7} + \frac{1}{136}$ donnera ſon erreur de $1^h\ 13'\ 10''$ par excès; erreur aſſurement aſſez légére ſur un ſi grand Période, comme nous l'avions déja trouvé ci-deſſus.

EXEM-

Exemple XXV.

Je prendrai pour 3eme. Exemple un des plus anciens Cycles, & en même tems des plus exacts, dont il soit parlé dans l'Astronomie.

C'est celui que *Ptolemée* (μεγαλη συνταξις, *Lib.* 4. *Cap.* 3. *p.* 83.) nous apprend qu'Hipparque découvrit par la comparaison des anciennes observations des Caldéens avec les siennes. Il trouva donc que, dans l'intervalle de 126007 jours & une heure, la Lune achevoit exactement 4267 revolutions Synodiques. Or 4267 mois $= 87 \times 49 + 4$ mois. Et par conséquent leur Epacte diurne Lunaire sera $= -87 \times 13 + 1574 = +443 =$ par conséquent à $(6'' \frac{5}{7} + \frac{1''}{136}) \times 443 = 2978''$ additive; de sorte que 4267 mois Lunaires doivent s'achever en 126007 jours 0h 49′ 38″, c'est-à-dire en 10′ & 22″ moins qu'Hipparque ne le supposoit. Cette différence est bien peu de chose, eu égard à l'imperfection des anciennes observations & à la brièveté de l'intervalle de tems écoulé depuis les Astronomes Caldéens jusques à Hipparque.

Exemple XXVI.

Mon dernier Exemple sera pris de la méthode Gregorienne de calculer les Epactes Lunaires. L'on sait que cette méthode ne consiste qu'à donner une correction des Epactes Metonienes en retranchant à raison de 8 jours sur 25 Siecles; d'où il suit que dans l'espace de

19 × 2500 ans Juliens — 19 × 8 jours, la Lune devra faire 235 × 2500 revolutions complettes à l'égard du Soleil, & cela pendant nn nombre entier de jours complets: or 235 × 2500 mois = 587500 = 45 × 12863 mois + 8665 mois.

Pour trouver donc l'Epacte diurne Lunaire de cette espèce de Cycle Grégorien, il suffira de prendre celle de 8665 mois. Or 8665 mois = 177 × 49 mois — 8 mois. L'Epacte de 49 mois = — 13 & celle de 8 mois + 3148; l'Epacte de 8665 sera donc = — 5449 ou = — 10h 10′ 0″; ce qui donne une différence de 13′ 20″ sur 1040 ans, entre les Epactes Gregoriennes & celles du Cycle de Daniel, & de 26′ 40″ sur 2080 ans dont les nouvelles Lunes arrivent plus tard selon ces Epactes que selon ce Cycle.

PROBLEME XI.

Trouver l'heure de la nouvelle Lune Equinoxiale d'une année proposée.

PREMIERE SOLUTION.

1°. Prenez l'intervalle de cette année là à celle qui a été établie pour époque.

2°. Prenez les Epactes diurnes Solaires & Luni-Solaires qui conviennent à cet intervalle.

3°. La différence de ces Epactes, si elles sont de differentes espéces, ou leur somme, si elles sont de même espéce, étant ajoutée, ou retranchée du jour, & de l'heure de la nouvelle Lune de l'époque, donnera celle qu'on cherche.

EXEM-

Exemple XXVII.

On demande le jour & l'heure de la nouvelle Lune Equinoxiale de l'an 1903 à Paris.

L'intervalle de cette année à l'an 1879 dans laquelle nous avons vû que la nouvelle Lune de Mars étoit arrivée à Paris à 9^h 51′ 42″, & feulement 5′ ou 6′ devant l'Equinoxe, étant de 24 années; on prendra l'Epacte diurne Solaire de cet intervalle qu'on trouvera par la méthode du premier Problême $= 24 \times 11' \frac{1}{13}$ fouftractive, ou $= -$ 265′ 51″, ou $- 4^h$ 25′ 51″.

Divifant auffi felon la méthode du Problême VI. ce même intervalle par 19, il viendra pour quotient 1; ce qui donne une 1ere. Epacte diurne Solaire additive, de $+ \frac{1}{1040^{eme}}$, le refte 5 divifé par 3 donnera pour quotient 1, & par conféquent une 2de. Epacte fouftractive $= - \frac{109}{1040^{eme}}$. Et enfin le refte 2 une troifieme Epacte fouftractive $= - \frac{766}{1040^{eme}}$. La fomme de ces Epactes étant $\frac{872}{1040^{eme}}$ négative & plus grande que $\frac{520}{1040^{eme}}$ ou qu'un demi mois Lunaire fera retranchée de 1040 pour avoir une Epacte additive $= 168$ ou $= 168 \times 40' \frac{8}{9} - \frac{1}{2650}$ où $= 4$ jours 18^h 29′ 16″; d'où ayant ôté l'Epacte Solaire fouftractive, il viendra l'Epacte totale diurne Lunaire $= 4$ jours 14^h 3′ 25″ à ajouter au moment de la nouvelle Lune de 1879. pour avoir celle de

Dissert. II. II Part. de l'an 1903. Ce moment étant le 22 Mars à 9^h 51′ 42″ après minuit, donnera la nouvelle Lune de l'année 1903. le 26eme Mars à 23^h 55′ 7″ après minuit, ou à 11^h 55′ 7″ du matin ou 4′ 53″ devant midi.

SECONDE SOLUTION

DU MEME PROBLEME.

Le Cycle Luni-Solaire de 353 ans qui est le premier des imparfaits, & dont l'Epacte Lunaire est la plus petite, savoir $= + 1$, ce Cycle, dis-je, contient 4366 mois Lunaires: Cherchant par la méthode du Problême VIII. l'Epacte diurne Solaire de ce nombre de mois, on la trouvera $= + \frac{7242}{12863}$ eme ou $\frac{9}{16}$ de jour $+ \frac{6\frac{9}{16}}{12863}$ eme de jour, ou $= \frac{9}{16}$ eme de jour, $+ \frac{1}{1960}$ eme de jour $-$ $\frac{1}{50422960}$ eme ou $\frac{9}{16}$ de jour $+ \frac{36}{49}$ de minute $-$ $\frac{1}{584}$ eme de minute seconde: si l'on ajoute donc ces $\frac{9}{16}$ de jour $+ \frac{36}{49}$ eme. de minute à l'heure de la nouvelle Lune, la plus proche de l'Equinoxe, c'est-à-dire à celle de l'année dont l'Epacte est 0, & que nous avons vû être 0^h 51′ 32″ $\frac{1}{2}$ pour le méridien de Jérusalem, on aura 13^h 36′ 16″ $\frac{1}{2}$ après minuit, ou 1^h 36′ 16″ $\frac{1}{2}$ après midi pour l'heure de la nouvelle Lune dans la 353eme. année du grand Cycle dont l'Epacte Luni-Solaire est $+ 1$.

Si l'on double ces $\frac{9}{16}$ de jour $+ \frac{36}{49}$ de minute, & qu'on

les

les ajoute à l'heure de cette même nouvelle Lune, de la 1ere. année du grand Cycle, on aura $0^h\ 5'\ 32''\frac{1}{2} + \frac{9}{8}$ de jour $+ \frac{72}{49}$eme. de minute ou $0^h\ 5'\ 32''\frac{1}{2} + \frac{9}{8}$ de jour $+ 1' + \frac{23}{49}$ de minute, ou $3^h\ 6'\ 1''$ pour l'heure de la nouvelle Lune dans la 706eme. année de ce Cycle, dont l'Epacte Luni-Solaire est + 2. Dissert. II. II. Part.

En un mot, si l'on multiplie cette quantité $\frac{9}{16}$ de jour $+ \frac{36}{49}$ de minute par l'Epacte Luni-Solaire d'une année proposée, & que du produit on ôte tous les multiples de 24 heures qui s'y trouveront, le reste donnera l'Epacte diurne Lunaire de cette année; & cette Epacte ajoutée sous le même signe que l'Epacte Luni-Solaire de la même année à l'heure de la 1ere. nouvelle Lune Equinoxiale de l'année de l'époque, donnera celle de l'année proposée.

EXEMPLE XXVIII.

On demande le jour & l'heure de la nouvelle Lune Equinoxiale de 1903 à Paris.

L'intervalle qui s'écoulera entre l'année 1879 dont l'Epacte est = 0 jusques à l'année 1903, étant de 24 ans; on en trouvera par le Problême VII. l'Epacte Luni-Solaire = + 168, c'est-à-dire d'abord = environ 5 jours. Pour savoir précisément le nombre d'heures, on multipliera 168 par $\frac{9}{16}$ jours $+ \frac{36}{49}$ minutes $- \frac{1''}{584}$, & l'on

 aura 90 jours 12 heures + 2^h $3'$ $26''$ ou laiſſant les jours entiers 14^h $3'$ $26''$, ajoutant ces 14^h $3'$ $26''$ à 0^h $5'$ $32''$ du matin, on aura 2^h $8'$ $58''$ du ſoir pour l'heure de la nouvelle Lune Equinoxiale de l'an 1903, à Jéruſalem; d'où ôtant 2^h $13'$ $50''$ différence des méridiens entre cette ville & Paris, il viendra enfin 11^h $55'$ $8''$ du matin pour l'heure de cette même nouvelle Lune au méridien de Paris, comme nous l'avons trouvé par l'autre méthode.

REMARQUE.

Les deux méthodes que nous venons d'emploier pour reſoudre ce Problême, ſont ſi différentes, qu'il eſt impoſſible qu'elles donnent le même reſultat, & le même moment pour la nouvelle Lune, lorſqu'il y a la moindre erreur de Calcul, ce qui fait qu'elles ſe ſervent mutuellement de vérification l'une à l'autre; & ce n'eſt pas un médiocre avantage dans des calculs de cette eſpéce.

PROBLEME XII.

Trouver le jour de la ſemaine dans lequel arrive la nouvelle Lune Equinoxiale d'une année propoſée.

SOLUTION.

L'Epacte hebdomadaire de 353 eſt = à celle de 260 ans (= + 1) + 3 fois celle de 33 ans = (— 3 jours — 3^a) — celle de 6 ans ($\frac{1}{2}$ jour — 12^a.) C'eſt-à-dire que cette Epacte hebdomadaire eſt = — 2 jours — $\frac{1}{2}$.

+ 9^a

$+ 9^a = -$ 2 jours — $11^h\ 10'\ 12''$, à quoi il faut ajouter 1^b ou $40'\frac{8}{9}$, ou $40'\ 53''$ pour avoir l'Epacte hebdomadaire Lunaire, qui sera ainsi égale à + 2 jours — $10^h\ 20'\ 19''$, laquelle étant multipliée par l'Epacte Luni-Solaire; & du produit ôtant 7 autant qu'il se pourra, le reste donnera l'Epacte hebdomadaire de la nouvelle Lune pour l'année proposée. *Dissert. II. II. Part.*

EXEMPLE XXIX.

On demande le jour de la semaine dans laquelle arrivera la nouvelle Lune Equinoxiale de l'année 1903.

Nous venons de voir que l'Epacte Solaire de cette année étoit 168; multipliant donc — 2 jours — $10^h\ 27'\ 10''$ par 168, nous aurons — 409 jours (je laisse les heures & minutes, parce qu'il ne s'agit que du jour de la semaine) d'où retranchant 7 autant de fois qu'il se pourra, c'est-à-dire 58 fois, le reste — 3 jours, donnera l'Epacte hebdomadaire de la nouvelle Lune proposée. Or le jour de la Semaine dans laquelle la nouvelle Lune de l'an 1879 est arrivée, étoit un Dimanche matin, c'est-à-dire le 1er. jour de la Semaine; ôtant de là l'Epacte — 3, il viendra le 4eme. jour de la semaine pour le jour de la nouvelle Lune proposée.

PROBLEME XIII.

Etant donné l'heure de la nouvelle Lune d'un certain mois, d'une certaine année, trouver dans combien d'années cette nouvelle Lune reviendra à une autre heure donnée.

PREMIERE SOLUTION,

plus aisée & plus générale.

Pour resoudre ce Problême, il faut trouver la plus petite Epacte diurne de l'année Lunaire. On considérera pour cet effet, 1°. que celle de cette même année relativement au retour de l'Equinoxe, étant de $\frac{1}{1040^{me}}$ du mois Lunaire ou de $40' \frac{8}{9}$ additive, & cela au bout d'un Période de 353 ans. 2°. Que l'Epacte diurne Solaire de ce Période étant (comme on le trouvera facilement par le Ier. Problême) de $11^h\ 10' \frac{2}{13}$ soustractive, l'Epacte diurne Lunaire de ce même Période sera de $10^h\ 29' \frac{31}{117}$ soustractive, ou plus simplement $10^h\ 29' \frac{9}{34}$; cette Epacte est à $24^h\ 0'$ à très peu près comme $10 \frac{1}{2}$ à 24, ou 21 à 48 ou comme 7 à 16; d'où il suit qu'au bout d'une Période 16 fois plus grande que celle qui a donné lieu à cette Epacte, la nouvelle Lune du même mois de l'année reviendra aussi approchemment qu'il est possible à la même heure.

Multipliant donc 353 par 16, & du produit 5648 ôtant 5 fois 1040, le reste 448 donnera un Période au bout duquel la nouvelle Lune du même mois reviendra aussi approchemment qu'il est possible à la même heure.

On trouvera par le Ier. Problême l'Epacte diurne Solaire de ce Période de $13^h\ 17' \frac{7}{13}$ additive, ou de $10^h\ 42' \frac{6}{13}$ soustractive, & par le Problême VI. son Epacte Luni-Solaire de $10^h\ 54' \frac{2}{9}$ additive, ce qui donnera enfin son Epacte diurne Lunaire de $11' \frac{89}{117}$ ou plus simple-

simplement de $11' \frac{15}{25}$eme, ou plus simplement encore de $11' \frac{3}{4}$ additive; ce qui est la plus petite Epacte possible de cette espéce, & fait voir que les nouvelles Lunes du même mois ne peuvent pas revenir plus près les unes des autres que de $11' \frac{3}{4}$. Dissert. II. II. Part.

Cette Epacte ainsi trouvée, on divisera par elle l'intervalle de l'heure de la nouvelle Lune cherchée. Et multipliant le Période de 448 ans par le quotient le plus approchant en nombres entiers de cette division, & du produit ôtant 1040, autant qu'il se pourra, le reste sera le nombre d'années qu'il faudra ajouter à l'année derniere pour avoir celle dans laquelle la nouvelle Lune du mois proposé arrivera à l'heure donnée, aussi près qu'il est possible.

SECONDE SOLUTION,

plus exacte, mais plus particuliere.

Nous avons vû ci-dessus (dans la seconde Solution du Problême X) que l'Epacte diurne Lunaire du Cycle de 353 ans étoit $= \frac{7242}{12863}$ de jour, qui reduite à de plus petits termes se trouvera = à peu près à $\frac{4}{7}$, ou plus exactement à $\frac{9}{16}$ comme celle que nous venons de supposer, dans la Solution précédente, ou plus exactement encore à $\frac{67}{719}$ les autres valeurs sont inutiles pour resoudre notre Problême à cause des dénominateurs trop grands.

Differt. II. II. Part.

Si l'on multiplie donc 353 par 119 ans & que du produit = 42007 on ôte 40 fois 1040 ans ou 41600, le reste = 407 ans donnera un Période, au bout duquel la nouvelle Lune du même mois reviendra encore plus précisément à la même heure, qu'au bout du Période de 448.

Car l'Epacte Luni-Solaire de 507 ans étant + 119, si on la multiplie par $\frac{9}{16}$ de jour + $\frac{36}{49}$ de minute, on aura + $23^h\ 57'\ 26''$ ou — $0^h\ 2'\ 34''$ pour l'Epacte diurne Lunaire de ce Période, dont on se servira de la même maniere que de la précédente, pourvû que l'intervalle entre l'heure de la nouvelle Lune donnée, & celle de la nouvelle Lune cherchée soit moindre que $11'\ \frac{3}{4}$.

EXEMPLE XXX.

On demande dans quelle année la nouvelle Lune de Mars arrive à Paris le plus près de l'heure de minuit, pour la 1ere. Solution.

Celle de l'an 1879 ayant été trouvée ci-dessus dans l'Exemple XXIX. à $9^h\ 51'\ 42''$ du soir, on prendra l'intervalle de cette heure à celle de minuit, lequel on trouvera de $2^h\ 8'\ 18''$ ou $128'\ 18''$, le divisant par $11'\ \frac{19}{25}$ on aura pour quotient 12 le plus approchant en nombres entiers, avec un reste de $1'\ 3''$; ce qui fait voir que la nouvelle Lune de Mars peut arriver au méridien de Paris, fort près de l'heure de minuit, la différence n'étant que de 1'.

Multipliant donc 448 par 11 & ayant ôté le produit

4928

4928 du Multiple 5200 de 1040 le plus approchant, leur différence 272 donnera le nombre d'années à ôter de 1879 pour avoir l'année 1607, où la nouvelle Lune de Mars arrivera à Paris le plus près qu'il est possible de minuit. *Dissert. II. II. Part.*

On trouvera en effet par les Problêmes I. & VI. comparés ensemble, & à l'époque de 1879 que cette nouvelle Lune est arrivée cette année 1607 cinq jours environ après l'Equinoxe moyen à minuit 1′ & 10″.

Exemple XXXI.

On demande dans quelle année la nouvelle Lune de Mars arrive à Paris le plus près de l'heure de midi, pour la 1ere. Solution.

Si l'on divise par 11 $\frac{12}{25}$ l'intervalle de la nouvelle Lune de 1879 au midi précédent, lequel on vient de dire être de 9^h 51′ 42″, on aura pour quotient le plus approchant en nombres entiers 50 avec un reste de 3′ 42′, ce qui fait voir qu'il ne peut point y avoir pour Paris de nouvelle Lune de Mars qui arrive précisément à midi, la plus proche en étant éloignée de 3′ 42″.

Multipliant donc par 50 le Période 448 & ôtant le produit 22400 du multiple 22880 de 1040 le plus approchant, leur différence 480 donnera le nombre d'années à ajouter à l'an 1879 pour avoir l'an 2359 dans lequel on trouvera effectivement par les Problêmes I. & V. que la nouvelle Lune de Mars arrivera à Paris 22 jours 17^h $\frac{1}{4}$ avant l'Equinoxe, & à midi 4′ environ.

REMAR-

Dissert. II.
II. PART.

REMARQUE I.

Cette nouvelle Lune n'eſt pas à proprement parler la nouvelle Lune Equinoxiale, étant éloignée de l'Equinoxe de plus qu'un demi-mois Lunaire, ce qui vient de ce que le quotient trouvé 50 eſt plus grand que la moitié de 65. Dans ce cas là, c'eſt-à-dire, toutes les fois que la nouvelle Lune d'un mois ſe trouvera éloignée de l'heure donnée au-delà de $12^h\ 44'$, on prendra alors la diſtance de la pleine Lune du même mois à cette heure donnée dans le jour où elle arrive; diviſant cette diſtance par $11'\ \frac{19}{25}$ & ayant trouvé ſon quotient en nombre entier le plus approchant; on s'en ſervira préciſément de même que s'il eût été celui de la diviſion de l'intervalle de la nouvelle Lune à l'heure donnée, à l'exception que l'on retranchera de ſon produit par 448, non un multiple de 1040 mais de 520, & même un multiple impair, ou reciproquement; le reſte ajouté à l'année propoſée donnera l'année où la nouvelle Lune arrive à l'heure cherchée.

EXEMPLE XXXII.

Ayant donc pris (pour le cas de l'Exemple précédent) la diſtance de la pleine Lune Equinoxiale d'Avril 1879 à midi pour Paris; laquelle on trouvera $= 9^h\ 51'\ 42'' + 14$ jours $18^h\ 22'\ 1''\ \frac{1}{2} - 15$ jours $= 4^h\ 13'\ 43'' = 253'\ 42''$ & l'ayant diviſé par $11'\ \frac{19}{25}$, on aura 22 pour le quotient le plus approchant en nombres entiers avec un défaut d'environ $5'$; ce qui fait voir qu'il

ne

ne peut y avoir pour Paris aucune pleine Lune Equinoxiale de Mars, qui tombe plus près de midi qu'à la distance de 5′.

Multipliant maintenant 22 par 448 & ôtant le produit = 9856, du multiple impair de 520 le plus approchant, ou de 19 × 520 = 9880, le reste 24 donnera le nombre d'années qu'il faudra ajouter à l'an 1879 pour avoir l'année 1903. dans laquelle la nouvelle Lune Equinoxiale de Mars tombera aussi près qu'il est possible de l'heure de midi à Paris, comme on l'a vû dans l'Exemple XXXme.

Remarque II.

Suivant ce qui a été dit dans la seconde Solution du Problême précédent, on peut trouver une nouvelle Lune Equinoxiale encore plus voisine de l'heure de midi pour le méridien de Paris.

Car ayant trouvé dans l'Exemple XXVII, que la nouvelle Lune du mois de Mars de l'an 1903 arrive 5′ environ avant midi; on divisera ces 5′ par 2′ $\frac{1}{2}$, & l'on aura 2 pour quotient le plus approchant en nombres entiers.

Multipliant donc par 2 le Période de 407 ans, on aura 814 ans à retrancher de l'année 1903 pour avoir une année dans laqnelle la nouvelle Lune Equinoxiale arrivera encore plus près de l'heure de midi au méridien de Paris. En effet ôtant 814 de 1903, il viendra l'année 1089 dont on trouvera par le Problême VIeme l'Epacte Luni-Solaire = — 70. Et multipliant par cette

Differt. II. II. Part. Epacte la quantité de $\frac{9}{16}$ de jour + $\frac{36}{49}$ de minute il viendra 9^h 51′ 26″ pour Epacte diurne Lunaire soustractive; ôtant ensuite cette Epacte de l'heure de la 1ere. nouvelle Lune du Cycle sous le méridien de Jérusalem, savoir 0^h 5′ 32″ $\frac{1}{2}$ du matin il viendra 2^h 14′ 6″ du soir pour celle de la nouvelle Lune proposée sous le même méridien. D'où ôtant enfin 2^h 13′ 50″ (différence des méridiens entre Jérusalem & Paris) il viendra 0^h 0′ 16″ pour l'heure de la nouvelle Lune Equinoxiale de l'an 1089 à Paris.

EXEMPLE XXXIII.

On demande l'année du Cycle de 1040 *ans dans laquelle la nouvelle Lune Equinoxiale arrive le plus près de l'heure de midi au méridien de Jérusalem*, pour la premiere Solution.

La nouvelle Lune de l'an 1879 arrivant à 0^h 5′ 32″ $\frac{1}{2}$ c'est-à-dire 11^h 54′ 27″ $\frac{1}{2}$ avant midi; on prendra, suivant la remarque précédente, la distance de la pleine Lune précédente à la même heure, laquelle se trouve égale à 6^h 17′ 29″ dont elle arrive plûtôt; divisant cet intervalle par 11′ $\frac{19}{25}$ on aura pour quotient 32 le plus approchant en nombres entiers, avec un reste.

Multipliant donc 448 par 32, & du produit = 14336 ôtant 27 fois 520, il viendra 296 ans à ajouter à l'année 1879 pour avoir l'année 2175 ou 1135 dans laquelle la nouvelle Lune Equinoxiale devra arriver fort près de l'heure de midi.

En effet, si l'on cherche par les methodes ci-dessus démontrées l'Epacte Lunaire de cette année, on la trou-

vera

vera = — 8, qui étant multipliée par $\frac{9}{16}$ de jours + $\frac{36}{49}$ de minute, donnera son Epacte diurne Lunaire de — $12^h\ 5'\ 52''\ \frac{1}{2}$; ôtant cette Epacte de $0^h\ 5'\ 32''\ \frac{1}{2}$ du matin, il viendra $11^h\ 59'\ 40''$ du matin pour l'heure de cette nouvelle Lune.

EXEMPLE XXXIV.

On demande l'année du Cycle dans laquelle la nouvelle Lune Equinoxiale arrive le plus près de minuit au méridien de Jérusalem, pour la seconde Solution.

Dans la premiere année du Cycle, la nouvelle Lune Equinoxiale arrive $5'\ 32''\ \frac{1}{2}$ après minuit; divisant cet intervalle suivant la seconde methode, on aura 2 pour quotient le plus approchant en nombres entiers, avec un fort petit reste.

Multipliant donc 407 par 2, on àura 814, qui ôtés de la 1ere. année du Cycle, donnera l'année 1065 dans laquelle la nouvelle Lune Equinoxiale arrivera le plus près de minuit. On trouve en effet l'Epacte diurne Lunaire de cette année = $23^h\ 54'\ 52''$ additive, qui ajoutée à $0^h\ 5'\ 32''\ \frac{1}{2}$ donnera l'heure de la nouvelle Lune de cette année à $0^h\ 0'\ 24''\ \frac{1}{2}$ après minuit.

EXEMPLE XXXV.

On demande dans quelle année du grand Cycle la nouvelle Lune Equinoxiale arrive le plus près de six heures du soir à Jérusalem.

Nous venons de voir dans le penultiéme Exemple que dans la 297eme année du Cycle, la nouvelle Lune

Dissert. II. II.e Part.

arrive à $11^h\ 59'\ 40''$ du matin, ou $0^h\ 0'\ 20''$ avant midi.

Si nous trouvions une Epacte Lunaire qui multipliée par $\frac{9}{16}$ de jour $+ \frac{36}{49}$ de minute, fut égale à un nombre quelconque de jours entiers $+ 6^h\ 0'\ 20''$, le nombre d'années que donneroit cette Epacte Lunaire étant ajoutée à 296 donneroit l'année demandée du Cycle. Soit donc supposée cette Epacte que nous cherchons $= x$ il faut que $\frac{9x}{16}$ de jour $+ \frac{36x}{49}$ de minute $= 6^h\ 0'\ 20''$ $= \frac{4}{16}$ de jour $+ 20''$.

D'où il paroit que si l'on prenoit 4 pour l'Epacte Lunaire cherchée, elle ne s'éloigneroit pas beaucoup de donner l'Epacte Lunaire qu'on demande; puisque $4 \times \frac{9}{16}$ de jour $+ \frac{36}{49} = 6^h\ 2'\ 56''$; cette derniere est seulement trop grande de $2'\ 36''$.

Or nous avons vû dans la seconde Solution du Problême XIII, que l'Epacte Luni-Solaire $+ 119$ donnoit une Epacte diurne Lunaire de $2'\ 34''$ soustractive.

D'où il suit qu'en prenant la somme de ces deux Epactes Lunaires $+ 4 + 119 = 123$, celle-ci donnera (étant multipliée par $\frac{9}{16}$ jours $+ \frac{36}{49}$ de minute) l'Epacte Diurne Lunaire que l'on demande, ou égale à $6^h.\ 0'\ 22''$ la différence n'étant que de $2''$ par excès.

Or on trouvera par le Problême VIIme. que le nombre d'années qui donne l'Epacte Lunaire de 123 est $=$ 779, lequel ajouté à 296, donnera 1075 ou simplement 35 ans à ajouter à la 1ere. année du Cycle pour avoir

la

la 36eme. dans laquelle la nouvelle Lune Equinoxiale arrivera le plus près qu'il est possible de l'heure de six heures du soir; & l'on trouvera en effet qu'elle doit y arriver à $6^h\ 0'\ 2''$. *Differt. II.* II. Part.

PROBLEME XIV.

On propose de trouver la maniere dont les années Luni-Solaires intercalaires, se trouvent disposées dans le grand Cycle de 1040 *ans.*

SOLUTION.

L'Epacte Lunaire 0 de la 1ere. année de ce Cycle est plutôt soustrative qu'additive, à cause que la nouvelle Lune précéde l'Equinoxe d'environ $\frac{49}{365}$ d'une Epacte ou d'une $\frac{1}{260}$eme de jour. De là il suit que l'Epacte + 520 est réellement un peu moindre qu'un demi-mois Lunaire, & l'Epacte — 520 un peu plus grande; & que les années auxquelles appartiennent ces deux Epactes ont effectivement pour leurs pleines Lunes Equinoxiales celles seulement qui suivent l'Equinoxe, & non celles qui les précédent.

Il suit aussi de là, & de ce que l'Epacte d'une année est de 383, que toutes les années dont l'Epacte est soustractive, & plus grande que 136 doivent être intercalaires.

Soit maintenant un petit Cycle de 19 ans dont la premiere année aie pour Epacte + 465, on trouvera

O 3 les

Differt. II. II. Part.

les Epactes des années ſuivantes, & celles d'entre celles qui ſont intercalaires, comme on le voit dans la table ſuivante :

	+	465	A
	+	82	
Intercalaire	—	301	
	+	356	A
	—	27	
Intercal.	—	410	
	+	247	A
	—	136	
Intercal.	—	519	
	+	138	B
Intercal.	—	245	
	+	412	A
	+	29	
Intercal.	—	354	
	+	303	A
	—	89	
Intercal.	—	463	
	+	194	B
Intercal.	—	189	

Ce Cycle de 19 ans comprend donc, comme l'on voit, 7 autres plus petits Cycles, qui ſe terminent chacun par une année & un mois Intercalaire. Les trois premiers ſont de 3 ans chacun, le 4eme. de 2 ans, le 5eme.

&

& le 6eme. de trois ans, & le dernier de deux ans; de façon qu'appellant A un Cycle de trois ans, & B celui de deux; le Cycle de 19 ans sera $= 3\ A + B + 2\ A + B$ ou $= A\ A\ A\ B\ A\ A\ B$. Dissert. II. II. Part.

L'Epacte de 19 ans étant $= + 3$ le Cycle suivant aura toutes ses Epactes additives plus grandes, & ses soustractives plus petites de 3. que celles de ce 1er. Cycle; mais cette difference ne causera aucun changement dans l'espece, la forme & la valeur de ses années, qui seront communes & intercalaires dans le même ordre qu'auparavant; c'est ce dont il est aisé de se convaincre en faisant à ces Epactes le petit changement dont je viens de parler.

Il en sera de même des autres Cycles suivants jusqu'au 18eme. inclusivement, l'Epacte de la 1ere. année qui est la plus grande additive étant $= 465 + 17 \times 3 = 516$, celle de la douzieme $= 463$, & celle de sa derniere année $= - 138$.

Depuis cette derniere exclusivement jusqu'à la 12eme. du Cycle suivant exclusivement aussi, il y aura un petit Cycle de 11 ans, dont les années auront leurs Epactes & leurs mois intercalaires comme il suit:

	+ 519	A		+ 301	A.
	+ 136			− 82	
Intercal.	− 247		Intercal.	− 365	
	+ 410	A		+ 192	B.
	+ 27		Intercal.	− 191	
Intercal.	− 356				

Ainsi

Differt. II. II. Part. Ainsi ce Cycle sera = 3 A + B ou A A A B. L'année qui suit ce petit Cycle ayant pour Epacte + 466, pourra servir d'epoque à un nouvel ordre de Cycles de 19 ans, semblable au précédent; ainsi cet ordre contiendra 18 autres Cycles de 19 ans tous semblables aux 18 premiers ou = A A A B B A A B. La premiere année du 18eme. aura pour Epacte + 517, la douzieme + 464, & la derniere — 137.

L'année suivante qui en continuant cette suite de Cycles de 19 ans, devroit être la premiere d'un XIXeme. Cycle, aura pour Epacte + 520, & elle formera avec les 10 qui la suivent un petit Cycle de 11 ans, semblable au premier, & dont les Epactes additives seront plus grandes & les soustractives plus petites seulement d'une unité que celle de ce premier.

Ensuite viendra un 3eme. ordre de Cycles de 19 ans, dont la premiere année aura + 467 pour Epacte, & sera composé tout comme les autres de 3 A + B + 2 A + B.

La premiere année du 17e. Cycle de ce troisieme ordre aura pour Epacte + 515, la douzieme + 462, & la derniere — 139 & sera par conséquent, comme dans tous les autres intercalaires, mais on ne pourra pas continuer plus loin cet ordre de Cycles de 19 ans, & en ajouter un 18eme. parce que la derniere année de ce 18eme. devant avoir pour Epacte — 136 ne seroit plus intercalaire. Ce sera donc encore le cas d'ajouter simplement un 3eme. Cycle de 11 ans, semblable aux deux autres, sa 1ere. année ayant 518 pour Epacte, & toutes les autres à proportion, savoir une seule

feule unité de moins que celle du 1er. de cette efpéce. *Differt. II. II. Part.*

La derniere ou onzieme année de ce petit Cycle aura donc — 192 pour Epacte, & la fuivante + 465, comme en effet elle doit l'avoir puifqu'elle eft la 1041eme. de tout le grand Cycle, & la 1ere. du grand Cycle fuivant.

Il eft donc démontré que fi l'année dont l'Epacte Lunaire eft + 465, eft prife pour l'Epoque ou la 1ere. du grand Cycle de 1040, & qu'on appelle M un Cycle de 19 ans = 3 A + B + 2 A + B & N un Cycle de 11 ans = 3 A + B, les années intercalaires de ce grand Cycle, feront rangées dans l'ordre qui réfulte de celui des petits Cycles fuivans 18 M + N + 18 M + N + 17 M + N.

REMARQUE I.

On trouvera aifément par le VIIme. Problême que l'année 1704 eft celle dont l'Epacte eft + 465, & qu'elle doit par conféquent être la premiere de tous ces Cycles.

REMARQUE II.

L'Epacte Lunaire + 465 de l'année 1704 ou de la 1ere. année de tous ces Cycles étant multipliée par $\frac{9}{16}$ de jour + $\frac{36}{49}$ de minute, donnera fon Epacte diurne Lunaire = $19^h\ 11'\ 37''\frac{1}{2}$ ou = à peu près à + $\frac{4}{5}$ de jour ou — $\frac{1}{5}$ de jour; ces $19^h\ 11'\ 37''\frac{1}{2}$ ajoutées

P à

Differt. II. à l'heure de la nouvelle Lune des années 839 ou 1879
II. PART. au Méridien de Jérusalem, donneront celle de la nouvelle Lune de cette année là à $19^h\ 17'\ 10''$ après minuit, ou à $4^h\ 42'\ 50''$ du matin.

Si l'on multiplie aussi cette même Epacte + 465 par $40'\ \frac{8}{9}$ il viendra $13^j\ 4^h\ 53'\ 9''$ pour l'intervalle qu'il y auroit entre l'Equinoxe, & la nouvelle Lune de cette année 1704, si ceux de l'année 839 & 1879 concourroient précisément ensemble ; mais comme la derniere précéde l'Equinoxe de $5'\ 32''\ \frac{1}{2}$, on aura l'intervalle de celui de l'année 1704 à la nouvelle Lune suivante de $13^j\ 4^h\ 47'\ 37''$.

Il est à remarquer que l'Epacte de l'année 4162 de la Periode Julienne d'où se tirent toutes ces époques des moyens mouvemens de la Lune & du Soleil (voyez la page 124 & suivantes) est aussi composée d'un nombre entier, & exact de parties cinquiemes ou dixiemes de jour étant $= \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$ de jour ou à $\frac{7}{10}$ de jour comme le sont à peu près l'Epacte Lunaire de l'année qui sert d'époque au Cycle dont nous venons de parler, dans le Problême précédent, & l'intervalle entre l'Equinoxe & la nouvelle Lune de l'année de cette époque.

PROBLEME XV.

Supposant que l'Equinoxe tombe toujours dans les 24 heures du 16eme. jour d'un mois de 31 jours. *On propose de trouver le quantieme de ce mois, auquel arrive la*

la nouvelle Lune d'une année proposée, en même tems que l'heure, la minute, & la seconde. Dissert. II. II. Part.

1er. Cas lorsqu'il s'agit d'une année dont l'Epacte Lunaire est additive soit cette Epacte $= y$.

1°. Puisque l'Equinoxe tombe toujours sur quelqu'une des 24 heures du 16eme. jour, il est clair que relativement au commencement de ce 16eme. jour, l'Epacte Solaire est toujours additive, si on la suppose $= x^a$. l'intervalle entre le commencement du 16eme. jour, & le moment de la nouvelle Lune sera $= x^a + y^b$.

2°. Soit $y^b \times \frac{9}{16}$ jours $+ \frac{36}{49}$ minutes $= m$ jours $+ e$; e sera l'Epacte diurne Lunaire de cette année.

3°. Soit aussi $y^b \times 40' \frac{8}{9} = n$ jours $+ r$, l'intervalle entre le commencement du 16eme. jour & le moment de la nouvelle Lune sera $= x^a + n$ jours $+ r$ $=$ à un certain nombre de jours que j'appelle $p + e$.

Et 4°. le quantieme du jour auquel arrivera la nouvelle Lune sera $= 16 + p$, & l'heure, & la minute, & la seconde $= 0^h\ 5'\ 32'' + e$ après minuit.

Or 5°. puisque $x^a + n$ jours $+ r = p + e$, il est clair, que lorsque r sera plus petit que e, on aura $n + x^a > p$, & partant (x^a ne pouvant jamais surpasser 1 jour & p & n ne pouvant être que des nombres entiers & differens tout au plus de l'unité) p sera $= n$.

Au contraire 6°. lorsque r sera plus grand que e, on trouvera $p = n + 1$: ce qui donne cette regle pour trouver le quantieme du mois, auquel arrive la nouvelle Lune dans une année dont l'Epacte Lunaire est additive. Multipliez cette Epacte 1°. par $40' \frac{8}{9}$, pour

 avoir

avoir un nombre entier *n* de jours, plus un reste R; multipliez-la encore 2°. par $\frac{9}{16}$ de jours $+ \frac{36}{49}$ pour avoir (après avoir ôté 24^h une ou plusieurs fois) son Epacte diurne Lunaire.

Si cette Epacte est plus grande que R, vous ajouterez la somme du nombre N de jours de l'Epacte diurne Lunaire, au 16eme. du mois Equinoxial $+ 0^h\ 5'\ 32''\ \frac{1}{2}$ du matin, pour avoir le quantieme, l'heure, la minute, & la seconde, à laquelle arrive la nouvelle Lune Equinoxiale au Méridien de Jérusalem.

Et si au contraire, le reste R est plus grand que l'Epacte Diurne Lunaire, vous ajousterez cette même somme au 17eme. à $0^h\ 5'\ 32''\ \frac{1}{2}$.

On prouvera de même que pour les années, dont l'Epacte Lunaire est soustractive, il faudra ôter la somme de cette Epacte, & du nombre N du 17eme. à $0^h\ 5'\ 32''\ \frac{1}{2}$, ou plutôt du 16eme. à $24^h\ 5'\ 32''\ \frac{1}{2}$ (lorsque R sera plus petit que l'Epacte Diurne Lunaire) & du 15eme. à $24^h\ 5'\ 32''\ \frac{1}{2}$, lorsque R sera plus grand que cette ditte Epacte.

EXEMPLE XXXVI.

On demande le quantieme du mois équinoxial, & à quelle heure & minute est arrivée la nouvelle Lune moyenne Equinoxiale de l'an 2 avant l'Ere vulgaire.

Cette année, qui est celle de la naissance de N. S. (voyez sur cette question, dans une lettre à l'occasion d'un passage de Phlegon des argumens que j'ose dire beau-

beaucoup plus probables qu'aucun de ceux qu'on a proposés jusqu'ici) tombe sur l'an 4712 de la Période Julienne, & par conséquent elle est éloignée de l'an 4512, dont l'Epacte est o d'un intervalle de 200 ans, son Epacte Lunaire sera donc égale à $+ 360^h$. Differt II. II. Part.

Multipliant 360 par $40' \frac{8}{9}$ il viendra 10 jours + un reste, $R = 5^h\ 20'$, les multipliant aussi par $\frac{9}{16}$ de jours $+ \frac{36}{49}$ de minute, il viendra son Epacte diurne Lunaire $= 16^h\ 24'\ 29''$; ainsi R étant plus petit que l'Epacte Diurne Lunaire, on ajoutera 10 jours $+ 16^h\ 24'\ 29''$ au 16eme. du mois $0^h\ 5'\ 32''\ \frac{1}{2}$, pour avoir le 26e. à $16^h\ 30'\ 1''\ \frac{1}{2}$, pour le jour & le moment auquel arrivera la nouvelle Lune de cette année.

PROBLEME XVI.

Supposant encore comme ci-devant, que l'Equinoxe tombe toujours sur les 24^h du 16eme. du mois. *On demande quelles sont les nouvelles Lunes les plus retardées, & les plus avancées, par raport à l'Epoque Civile du milieu de ce mois, & dans quelles années elles arrivent.*

1er. Cas pour la nouvelle Lune la plus tardive.

1°. Puisque, comme il a été dit, l'Epacte Solaire est toujours additive; soit nommée cette Epacte $+ x^a$ pour l'année de la nouvelle Lune la plus retardée, & que son Epacte Lunaire soit $= + y^b$; il faut que $x^a + y^b$ soit un *maximum*.

2°. y^b ne peut pas être plus grand que 520^b; car

P 3 s'il

 s'il étoit $= 521^b$, la nouvelle Lune précédente dont l'Epacte eſt $= - 519^b$ étant plus près de l'Equinoxe, ſeroit la vraye Equinoxiale.

3°. Lorſque x^a eſt le plus grand qu'il eſt poſſible ou $= 260^a$, il eſt cependant moindre que 35^b; ce qui fait voir que y^b ne peut pas être moindre que $+ 485^b$.

4°. Lorſque l'Epacte Lunaire diminue de 1^b, l'Epacte Solaire augmente de 121^a; car l'une & l'autre arrive chaque 687eme. année.

5°. Lorſque la premiere eſt $= 520$, la ſeconde eſt $= 0$, $x^a + y^b = 0^a + 520^b$.

6°. Lorſque la premiere eſt 519^a, la ſeconde (N°. 4.) $= + 121^b$ & $x^a + y^b = 519^a + 121^b$ plus grande que la précédente, puiſque $121^b > 1^a$.

7°. Lorſque la premiere eſt $= 578^a$, leur ſomme eſt encore plus grande, puiſque la ſeconde $= 242^b$.

Mais 8°. au delà de ce terme, cette ſomme $x^a + y^b$ va en diminuant; car lorſque l'Epacte Lunaire devient $= 517 = 520 - 3$, la Solaire devient $= 3 \times 121 - 260 = 103$, & $103^a + 517^b$ eſt moindre que $242^a + 518^b$, & de même pour celle qui ſuit $= 224^a + 516^b$, & à plus forte raiſon cette ſomme $x^a + y^b$ eſt-elle moindre pour toutes les ſuivantes, dans leſquelles y eſt moindre que 518 de 2^b ou de 3^b, qui valent plus que 18^a; & par conſéquent ou $260^a + 515^b$ eſt moindre que $242^a + 518^b$.

Ainſi donc l'année dont l'Epacte Lunaire eſt 518^b, eſt celle dont la nouvelle Lune arrive le plus tard après le commencement du jour Civil. On trouvera par les Problêmes précédents que cette année-là eſt l'an 1693.

la

la nouvelle Lune arrivant le 31 de ce mois à $15^h\ 26'$ après minuit. *Differt. II. II. Part.*

2d. Cas pour la nouvelle Lune la plus avancée.

On trouvera de même (& après avoir remarqué suivant ce qui a été dit au commencement du Problême XIVeme. qu'il ne peut point y avoir de nouvelle Lune Equinoxiale, dont l'Epacte soit $= -520$) on verra, dis-je, que l'année 1025, est celle dont la nouvelle Lune Equinoxiale est la plus avancée, cette nouvelle Lune arrivant le 1er. du mois Equinoxial à $8^h\ 44'\ 59''$ après minuit au Méridien de Jérusalem.

PROBLEME XVII.

Trouver les plus grandes mesures communes du jour, du mois Lunaire, & de l'année Solaire, qui approchent le plus des véritables.

1°. On a vû au commencement de cette Theorie que la mesure commune exacte du jour & de l'année, étoit $\frac{1}{260}$ de jour & $\frac{1}{94963}$eme. d'année.

2°. On a vû aussi dans le Problême II. que la mesure commune de ces deux espaces de tems, la plus approchante de cette premiere étoit $= \frac{1}{33}$ de jour & $\frac{1}{12053}$ d'années, ou que le rapport du jour & de l'année, le plus approchant du véritable (ou de $\frac{260}{94963}$) étoit $= \frac{33}{12053}$.

3°.

Differt. II. II. Part.

3°. En ajoutant, ou retranchant l'un de l'autre ces deux rapports, & leurs multiples, on formera d'autres rapports plus ou moins approchés entre le jour & l'année qui donneront auſſi d'autres meſures communes entre eux, comme par exemple $\frac{227}{829} = \frac{260 - 33}{94963 - 12053}$.

4°. On doit dire la même choſe du rapport exact $\frac{1040}{12863}$ du mois Lunaire de l'année Solaire, & du rapport des nombres qui approchent le plus de ce 1er. ſavoir $\frac{353}{4366}$. (Voyez le Problême VIII.)

5°. Et de même encore du rapport exact $\frac{12863}{379852}$ entre le jour & le mois, & du rapport approché $= \frac{5933}{175205}$ voyez l'Exemple XXIV.

6°. Il eſt aiſé de conclure de là, que la ſeule meſure commune exacte du jour, du mois & de l'année, eſt $= \frac{1\text{ jour}}{260 \times 12863} = \frac{1\text{ mois}}{260 \times 379852} = \frac{1\text{ an}}{94963 \times 12863}$.

7°. Mais il eſt plus difficile d'en trouver d'autres, qui ſans s'écarter beaucoup du vrai, ſoient cependant plus grandes: on ne le peut qu'en formant, comme j'ai dit N°. 3, différents rapports plus ou moins approchés entre ces trois grandeurs, juſqu'à-ce qu'on en trouve qui ſoient diviſibles par quelque nombre commun plus grand que l'unité. On en jugera mieux par un exemple.

EXEMPLE XXXVII.

On propoſe de trouver une meſure commune du jour, du mois

mois & de l'année, qui soit en même tems la plus approchante de la véritable, & plus grande, ou du moins pas plus petite que la 260eme. partie du jour. Dissert. II. II. Part.

Le mois Lunaire étant $= \frac{379852}{12863}$ jours, on le divisera successivement par $\frac{1}{33}, \frac{1}{66}, \frac{1}{99}$, & $\frac{1}{260}$, & ensuite par $\frac{1}{227}, \frac{1}{194}$ &c. pour avoir differents quotients, & differents restes que l'on marquera ; celui de tous ces restes qui sera le le plus petit, fera connoître la mesure commune la plus approchée.

Pour faire cette division plus facilement, il suffit de la faire sur la fraction $\frac{6825}{12863}$ ou $\frac{1}{2} + \frac{393\frac{1}{2}}{12863}$; voyez le Problême IX. le reste de la quantité $\frac{379852 \text{ jours}}{12863}$ étant un nombre entier, & par conséquent toujours divisible par des fractions, qui ont l'unité pour numérateur ; divisant donc $\frac{6825}{12863}$ - - - - - - - - - - - - -

par $\frac{1}{33}$ on aura pour reste $+$ 6554

$- \frac{1}{66}$ . . . . $-$ 245

$- \frac{1}{99}$ . . . . $+$ 6799

$- \frac{1}{132}$ . . . . $-$ 490

La progression de ces restes (qui doivent tous être divisés par 12863) est manifeste, leur difference cons-

Q tante,

Differt. II. II. Part.

tante, en les prenant de deux en deux, étant de 245, ce qui fait vòir que $\frac{1}{66}$ eſt le diviſeur qui donne le plus petit reſte négatif, & $\frac{1}{1749}$ ſera celui qui donnera le plus petit reſte poſitif. Mais 1749 eſt beaucoup au-delà des limites preſcrites dans cet exemple, & d'ailleurs étant $= 523 \times 33$ donneroit une valeur du jour trop éloignée de la véritable, relativement à la longueur de l'année : car ſi l'on diviſe l'année $= 365$ jours $\frac{63}{260}$ par $\frac{1}{1749}$ de jour, on aura pour reſte $- \frac{53}{260}$ qui vaut 10″.

A l'égard du diviſeur $\frac{1}{66}$ qui donne pour reſte $- \frac{245}{12863}$ ſi l'on multiplie 24^h par $\frac{245}{12863 \times 66}$ le produit = à 25″ donnera l'erreur qui reſulte pour un mois Lunaire de cette $\frac{1}{66}$eme de jour, priſe pour meſure commune, du jour, du mois, ſans compter celle qui reſulte de ce qu'elle n'eſt pas non plus exactement celle de l'année & du jour.

Diviſant maintenant $\frac{6825}{12863}$

par $\frac{1}{260}$ on aura pour reſte $- 594$

$\frac{1}{227}$ $+ 5715$

$\frac{1}{194}$ $- 839$

$\frac{1}{161}$ $+ 5470$

La

La progreſſion de ces reſtes, eſt la même que celle des précédens, & fait voir que le diviſeur $\frac{1}{1910} = \frac{1}{260 + 50 \times 33}$ eſt celui qui donnera le plus petit reſte poſitif, & le diviſeur $\frac{1}{326} = \frac{1}{260 + 2 \times 33}$ celui qui donnera le plus petit reſte negatif; mais ces deux diviſeurs, étant hors des limites propoſés, il n'y a que $\frac{1}{260}$ qui donne le reſte le plus petit de tous ceux qui ſont compris dans ces limites. Differt. II. II. Part.

Ce reſte $\frac{594}{12863}$ étant multiplié par $\frac{24^{h.}}{260}$ donnera $15'' \frac{2}{3}$ pour l'erreur reſultante (ſur toute la longueur du mois Lunaire) de ce diviſeur $\frac{1}{260}$ pris pour meſure commune, du jour, & du mois, ſans qu'il s'en joigne d'autre, parce qu'il eſt exactement celle de l'année & du jour. Ainſi cette partie aliquote du jour, eſt comme l'on voit, très remarquable par cette proprieté, d'être contenue aſſez préciſément un certain nombre de fois dans le mois Lunaire, ſans qu'il y ait une erreur plus grande que de $15'' \frac{2}{3}$ ou de la 21eme. partie de cette $\frac{1}{260}^{eme}$.

En effet, ſi l'on multiplioit $\frac{1}{260}^{jour}$ par 7678 il viendra pour le mois Lunaire $29^{j}\ 12^{h}\ 44'\ 18'' \frac{3}{4}$ ou $\frac{4}{5}$ au lieu de $29^{j}\ 12^{h}\ 44'\ 3'' \frac{7}{60}$.

Differt. II. II. Part.

Je ne pousserai pas cette recherche plus loin.

Remarque

Sur les Epoques des moyens mouvemens du Soleil, & de la Lune.

J'ai rapporté au commencement de cette Dissertation, des époques purement arbitraires, des mouvemens du Soleil & de la Lune, & tirées de diverses observations Astronomiques; savoir, pour le Soleil de celles des Equinoxes observés à Paris, par M M. de l'Academie Royale des sciences, & pour la Lune de celles d'un très grand nombre d'Eclipses, sur quoi l'on peut voir le Traité de la Cométe de 1744.

De ces époques arbitraires, je suis monté à des époques véritablement Astronomiques, naturelles, régulieres, & pour ainsi dire nécessaires, telles par exemple, que celle de l'année dans laquelle la nouvelle Lune & l'Equinoxe, sont arrivés le plus près l'un de l'autre. On a vu que cette nouvelle Lune étoit arrivée à égales distances (de tems) du moment de l'Equinoxe, & du milieu de la nuit, au Méridien de celui de tous les lieux de l'Univers, qui à été certainement l'objet le plus distingué, de l'attention de l'Auteur de la Revelation & de la nature. On a vu encore que les distances ou les intervalles entre l'heure de minuit, sous ce Méridien là, & la nouvelle Lune, & entre celles-ci & l'Equinoxe, étoient tous les deux égaux, à la plus petite mesure commune du jour & de l'année, & même à fort peu près à une partie aliquote du mois Lunaire,

(voyez

(voyez le Problême XVII) & divisés par conséquent, non d'une maniere arbitraire, mais indiquée, & déterminée par la proportion que le Créateur a mise entre eux. Dissert. II. II. Part.

Je pourrois donc à présent prendre pour principe, & pour fondement de toute la Théorie Astronomique, du Calendrier Luni-Solaire, parfaitement exact, non des observations, mais des époques naturelles, & même des époques historiques Sacrées, tirées de l'Ecriture; c'est ce que je vais montrer en peu de mots. On a prouvé dans la Dissertation précédente, sur quelques passages de Daniel, que l'année 552 avant l'Ere vulgaire, ou 4162 de la Période Julienne, fut celle dans laquelle le Période de 2300 ans, fut révélé à Daniel, un peu plus de deux ans & demi, après que celui de 1260 ans lui avoit aussi été indiqué: on a vu que cette même année 4162, avoit été remarquable, par l'arrivée de deux Equinoxes, & du Solstice d'été, à l'heure de midi, au Méridien de Jérusalem; & l'on va voir maintenant, comment cette année là, où la connoissance du Cycle parfait nous fût donnée par la révélation de celui de 2300 ans, ajoutée à celle du Période de 1260, sert encore à nous donner la connoissance des époques, tant Lunaires que Solaires de ce Cycle, & les renferme pour ainsi dire en elle-même.

La déterminaison des trois moments principaux de l'année Solaire, dont on vient de parler, par leur concours avec l'heure de midi, nous a fourni un moyen de résoudre d'une maniere très simple, un des plus beaux Problêmes de toute l'Astronomie, & qui dans tout

Differt. II. II. Part. tout autre cas, ne peut absolument se resoudre que par tatonnement.

C'est celui dans lequel on propose de trouver, suivant l'hypothése de *Kepler*, l'excentricité, l'apogée de l'orbite d'une Planéte, dont on a trois points donnés, & l'époque de son moyen mouvement, (voyez sur la difficulté de ce Problême, dans les Memoires de l'Acad. de 1720, celui de M. de Louville, sur la Théorie du Soleil) on a vû cependant ce Problême résolu d'une maniere très simple, & donner pour longitude moyenne du Soleil, à midi du 27 Mars 11j 28^h $19'$ $28''$, ou 1° $40'$ $32''$ de moins que le 1er. point de l'Eclyptique. Si l'on fait comme $59'$ $8''$ mouvement journalier du Soleil, à 1° $40'$ $32''$; de même 260^a est à $442^a \frac{1}{34}$, laissant cette $\frac{1}{34}$eme. pendant laquelle, le Soleil ne fait que $\frac{1''}{2}$ de degré, il viendra le moment de l'Equinoxe le 28 de Mars 182^a après midi ou + 52^a pour Epacte Solaire de cette année 4162, relativement à l'heure de minuit. De là jusqu'à l'année 1879. de l'Ere vulgaire, ou 6592 de la Période Julienne, il y a 2430 ans, dont l'Epacte Solaire = — 50, laquelle étant retranchée de + 52, donnera celle de l'année 1879, pour le Méridien de Jérusalem = + 2^a, comme nous l'avons prouvé ailleurs, & l'an 1749. à midi + 2^a.

Voici maintenant comment cette même époque de l'Histoire sacrée, donne celle des moyens mouvemens de la Lune, elle le fait en deux manieres.

1°.

1°. Par son Epacte Lunaire, cette Epacte étant telle que la pleine Lune qui précéda l'Equinoxe & la nouvelle Lune, qui précéda immédiatement cette pleine Lune, se trouverent éloignées du moment de cet équinoxe de deux intervalles, exactement proportionnels aux Périodes de 1260, & 2300 ans, & dont les deux Epactes étoient précisément la moitié de ces deux nombres; car la nouvelle Lune Equinoxiale de cette année, ayant précédé l'Equinoxe de $\frac{110}{1040}$ de mois Lunaire, ou de $\frac{110^b}{1260}$ la pleine Lune précédente arrivera $630^b = \frac{1260^a}{2}$; & la nouvelle Lune d'auparavant $1150^b = \frac{2300^b}{2}$ avant ce même Equinoxe.

Cette même année 552. A. C. ou 4162 P. J. nous donne l'époque des moyens mouvemens de la Lune, par l'intervalle précis & régulier, où elle se trouve de l'une des principales époques véritablement Astronomiques & naturelles du cours de cette Planéte: car si a l'an 552, vous ajoutez l'un ou l'autre des Périodes de 1260 ans, ou de 2300 ans, vous tomberez sur les années 709, ou 1749 de l'Ere Chrêtienne, dans lequel un des momens principaux de la révolution de la Lune, s'est rencontré le plus près qu'il est possible, de celui de l'équinoxe, & dans cette même position remarquable, par raport au lieu, & à l'heure de midi, pour le Méridien de Jérusalem, dont j'ai parlé, tout-à-l'heure à l'occasion de la 1ere. nouvelle Lune de tout le Cycle.

Ce

Dissert. II. II. Part. Ce moment principal de la revolution de la Lune eſt celui de l'oċtans où elle ſe trouve à 45°. du Soleil dans ſa moyenne diſtance de la terre, & où ſa viteſſe eſt auſſi moyenne, l'une & l'autre étant par tout ailleurs ou plus grande ou plus petite: Or ce moment de l'oċtans arriva l'an 1749 le 22 de Mars, une Epacte Solaire ou 5′ 32″ ½ après midi, & une Epaċte Solaire ou 5′ 32″ ½ avant celui de l'Equinoxe, qui arriva lui-même à midi + 11′ 5″ ou + 2ª au Méridien de Jéruſalem.

Les circonſtances remarquables, & le grand uſage de cette époque ſacrée de l'an 552 A. C. ou 4162. P. J. m'ont engagé à ajouter les Problême ſuivant.

PROBLEME XVIII. & *dernier.*

Reduire les années de la Période Julienne & celles de l'Ere vulgaire à celles du Cycle de Daniel.

On a prouvé dans la Diſſertation précédente, que la premiere année d'un des Cycles avoit été la 552eme. avant l'Ere vulgaire, & la 4162 de la Période Julienne, d'où il ſuit.

1°. Pour les années après l'Ere vulgaire, qu'à l'année donnée, comme par exemple 1749, il n'y a qu'à ajouter 552 ans, & de la ſomme comme 2301 retrancher 1040 tant que l'on pourra, le reſte comme 221, dònnera la quantieme année du Cycle.

2°. Pour les années avant l'Ere vulgaire, il faudra ôter l'année donnée comme 4152 de la ſomme de 553

&

& du multiple 1040 le plus approchant comme ici de $553 + 4 \times 1040$, ou $553 + 4160$, ou de 4713, le reste 561 donne l'année quantieme.

Je renvoie à une troisieme Dissertation ce qui concerne la grandeur & la figure de la terre; je finirai celle-ci par des observations sur quelques proprietés remarquables des nombres principaux de la Theorie.

REMARQUES

Sur quelques proprietés des Nombres principaux de la Theorie précedente.

On a donné depuis longtems une infinité de manieres d'exprimer le rapport de la circonference du Cercle à son diametre, mais je ne sai s'il y en a aucune qui réünisse à la fois autant de simplicité, de régularité & de précision que celle que je vais donner. On n'y employe que deux nombres, & tous les deux plus petits que 10; l'erreur n'étant que de $\frac{1}{34804}$, c'est-à-dire, 14 ou 15 fois moindre que celle du fameux rapport d'Archimede de 22 à 7. Faites un triangle rectangle ABC, dont la base AB soit à la hauteur AC comme $\sqrt[3]{7}$ à 1. Décrivez sur l'Hypothenuse comme diametre, un Cercle CGBA, & sur la base comme côté un quarré ADEB, la surface du Cercle ne surpassera celle du quarré que de $\frac{1}{26000}$me. partie.

DEMONSTRATION.

Suppoſant que le rapport de la circonference au diametre eſt celui de $\frac{355}{113}$ à $\frac{1}{3000000}$ près, (ce qui eſt une préciſion ſuffiſante pour le cas préſent); on aura le Cercle CABG $= \overline{BC}^2 \times \frac{355}{4 \times 113} = \overline{AB}^2$, & par conſéquent $\overline{BC}^2 : \overline{AB}^2 :: 452 : 355$, & partant $\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 = \overline{\overline{BC}^2 - \overline{AB}^2}$ :: 355 : 97; ce rapport devroit être le même que celui de $7^{\frac{2}{3}}$ ou de $\sqrt[3]{49}$ à 1; & par conſéquent $\overline{355}^3$ devroit être à $\overline{97}^3$, ou 44739865 devroit être à 912673 comme 49 à 1; mais $44739865 : 912673 : 49 : 1 - \frac{18888}{44739865}$ ou $:: 49 : 1 - \frac{1}{2369}$, par conſéquent $\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 :: 7^{\frac{2}{3}} : 1 - \frac{1}{7107}$, & $\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 :: 7^{\frac{2}{3}} : 7^{\frac{2}{3}} + 1 - \frac{1}{7107}$; mais l'erreur de $\frac{1}{7107}$ n'eſt que la $\frac{1}{26000}$ ou $\frac{1}{25 \times 1040}$ de $7^{\frac{2}{3}}$ ou de $\overline{AB}^2$. Ce qu'il falloit démontrer.

Si l'on veut un rapport plus exact, & même plus aiſé à exprimer, ſoit en nombres, ſoit par cette figure; il n'y a qu'à prendre AB : AC :: 44 : 23, & l'excès du Cercle ſur le quarré ne ſera que de $\frac{1}{229093}$: car on démontrera, comme ci-devant, que $\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 :: 355 : 97 :: 1936 = \overline{44}^2 : 529 - \frac{3}{355} = 23^2 - \frac{3}{355}$, cette erreur de $\frac{3}{355}$ par rapport à $\overline{AB}^2 = 1936$ ne vaut que $\frac{1}{229093}$.

Voici

Voici maintenant trois rapports fort ſimples des nombres employés pour le Cycle de 1040 ans avec cette Cyclometrie.

1°. Puiſque 1040 revolutions ſolaires répondent à 12863 revolutions de la ☾ à l'égard du ☉, il s'enſuit que ces mêmes 1040 revolutions du ☉ à l'égard du 1er. point de l'Ecliptique, répondront à 13903 revolutions de la ☾ à l'égard du même point. Et par conſéquent que le tems périodique de la ☾ eſt au tems périodique du ☉, ou la viteſſe apparente du ☉ eſt à la viteſſe apparente de la ☾ : : 1040 : 13903 ; c'eſt-à-dire, comme une ſphere d'un diametre égal à la hauteur A C, eſt au cube de la baſe A B, ou comme la ſphere a ſept fois un cube de même diametre, l'erreur étant de $\frac{1}{17947}$. Car comme la ſphere eſt au cube de même diametre comme 355 : 6 × 113, elle ſera à ſept fois ce même cube : : 355 : 42 × 113 : : 1040 : 13903 + $\frac{55}{71}$.

Si au lieu de prendre la proportion exacte de la circonference au rayon, ou de la ſphere au cube, on la prend alterée d'une $\frac{1}{26000}$ comme la donne la figure précedente, conſtruite ſur l'hypotheſe de AC : AB exactement : : 1 : $\sqrt[3]{7}$; on aura la ſphere du diametre AC, au cube de la baſe AB : : 1040 : 13903 + $\frac{6}{25}$ dont l'erreur eſt encore moindre, n'étant que de $\frac{1}{73939}$.

On a 2°. $1040 = \frac{2300 - 220}{2} = 23 \times 50 - 44 \times \frac{5}{2} = 10 \times 5\,AC - \frac{1}{2} \times 5\,AB$.

3°. 12863 (= au nombre des mois Lunaires de ce Cycle) $= \overline{64 \times 201} - 1 = 64 - \frac{1}{201} \times 201$. Or $64 - \frac{1}{201} : 201 :: 355 : 113 + \frac{1}{30}$ comme la circonference du Cercle à ſon diametre — $\frac{1}{3390}$me de ce diametre.



TROISIE-

TROISIEME DISSERTATION *,

Sur la grandeur & la figure de la Terre.

JE me propose trois choses dans ce Mémoire. 1°. De déterminer la grandeur réelle de la variation des degrés de Latitude, & des Pendules à secondes dans les différents climats de la Terre, en nombres très simples & très réguliers, & aussi conformes qu'il est possible à la Théorie Physique, & aux observations les plus exactes. 2°. De rendre raison de la différence qui pouroit se trouver, non seulement entre ces déterminations, & les observations, mais surtout entre les différents résultats de ces observations comparées soit entr'elles, soit avec la Théorie Physique. Enfin 3°. de proposer une métho-

* Nous donnons ce Mémoire tel qu'il a été lû par l'Auteur dans les assemblées particulieres de l'Académie Royale des Sciences de Paris le au mois de Juillet 1751. & nous l'intitulons, *Troisieme Dissertation*, parce que ses Elemens numeriques étant tirés de l'Ecriture Sainte, comme ceux des deux premieres Dissertations, celle-ci devoit en être la suite. L'Auteur ne le dit pas, parce qu'il se proposoit de faire voir, dans un Mémoire plus détaillé, comment ce même Livre Sacré, qui lui avoit donné les Elemens de la Théorie du Soleil &c., que l'on a vû dans les deux premieres Dissertations, lui avoient encore donné ceux qui étoient nécessaires pour la détermination de la figure & grandeur de la Terre. Il y travailloit déja lorsqu'il tomba malade.

méthode d'examiner par d'autres obſervations inconteſtables, ſi cette raiſon ou cette cauſe a quelque réalité ou non.

Je commencerai par propoſer les principes de Théorie qui me paroiſſent du plus grand uſage, reconnus d'ailleurs par les plus habiles Géometres, & que Mr. CLAIRAUT a donné dans ſa *Théorie de la figure de la Terre, démontrée par les principes de l'Hydroſtatique.*

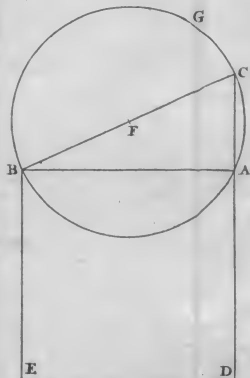
1°. *Si un globe fluïde composé d'une infinité de couches ſpheriques, vient à tourner autour de ſes diametres, ſa ſuperficie, & celle de toutes les couches qui le compoſent, ſeront ſans aucune erreur ſenſible, des ſurfaces de ſpheroïdes elliptiques, pourvû que ſa rotation ſoit telle, qu'à l'Equateur la force centrifuge ſoit une très-petite partie de la peſanteur.* On trouvera la démonſtration de ce premier principe à la page 265 du Traité que je viens de nommer, & à la page 247 celle du principe ſuivant.

Je ne prétends au reſte tirer d'autre conſéquence ou d'autre uſage de ce premier principe, que celui de décider entre le choix de deux hypotheſes, d'ailleurs également probables, & je crois qu'il me ſeroit bien permis, en ce cas là, de me déterminer en faveur de celle qui ſeroit la plus conforme à ce principe.

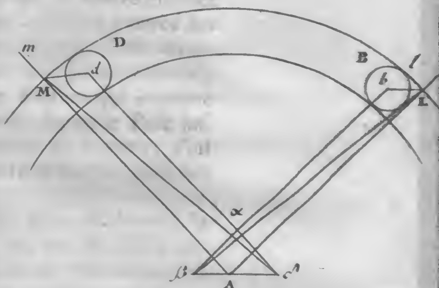
2°. *Si un ſpheroïde composé (comme on vient de le dire) d'une infinité de couches elliptiques, dont les ellipticités & les denſités varient d'une maniere quelconque, tourne autour de ſon axe, la quantité dont la peſanteur au Pole ſurpaſſera la peſanteur en un lieu quelconque, ſera proportionelle au quarré du Coſinus de la latitude de ce lieu.*

Je me ſers de ce ſecond principe, pour prouver, ſur tout ſi on y joint le précedent, la figure elliptique du Meridien,

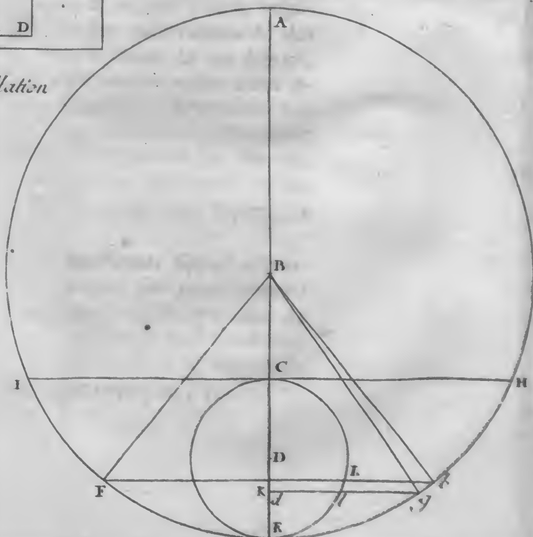
Remarques sur quelques propriétés des Nombres &c.

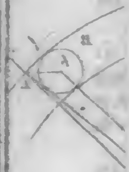


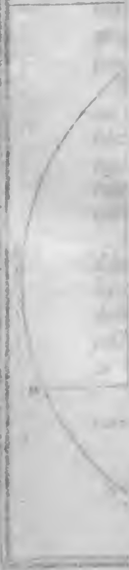
Dissertation sur la figure de la terre. Note.



Probleme sur l'oscillation des pendules.







Meridien, pour le rapport des différentes variations de la longueur du Pendule, rapport qui se trouve en effet par les observations, le même que celui des quarrés des sinus de Latitude, (*Voyez ci-dessous la petite Table des observations de la longueur du Pendule en différents climats.*)

3°. Si l'on retranche de $\frac{1}{115}$ la fraction qui exprime le racourcissement total du Pendule depuis le Pole jusqu'à l'Equateur, l'on aura l'ellipticité de la terre; c'est ce que Mr. Clairaut a encore démontré dans son Ouvrage, page 251.

J'employe ce troisieme principe pour déterminer la proportion des diamétres de la terre, par les seules observations de la variation du Pendule, plûtôt que par celles de la grandeur des degrés de latitude, par la raison qu'on verra tout à l'heure; & ce qu'il y a de singulier, c'est qu'indépendamment des observations & des mesures actuelles, de la valeur d'aucun de ces degrés, sans y faire plus d'attention, que si cette valeur n'eut jamais été mesurée, je ne laisserai pas de la déterminer très exactement par les seules mesures actuelles de la longueur du Pendule. Je prie Mrs. les Astronomes de faire attention à cette circonstance, qui est assurément remarquable, & qui a été pour moi, en quelque façon, la clef de cette petite Theorie.

4°. *Dans un Globe tel que nous l'avons supposé jusques-ici, les variations des degrés de latitude sont proportionnelles aux quarrés des sinus de ces latitudes.* C'est une suite de la figure elliptique ou presque elliptique du Meridien.

Je sais bien qu'un célébre Astronome, & qui par la profondeur de ses recherches géometriques, & l'exactitude

tude de ses observations, mérite toute notre confiance, a donné une hypothese différente : j'avouë encore de bonne foi, que cette hypothese est une de celles que l'on a imaginées en très grand nombre depuis plusieurs années, qui représente le mieux, les dernieres observations de la grandeur des degrés de latitude : cependant, usant de la liberté, que toute personne qui ne cherche que la vérité, peut avoir, de proposer ce qu'elle croit en approcher davantage, j'oserai dire, que si cet illustre Auteur veut bien faire attention aux remarques suivantes, peut-être ne desaprouvera-t-il pas lui-même l'application de mon quatrieme principe à la figure de la Terre. Car 1°. ce principe attribue aux Meridiens une figure que la formation du globe la plus simple, & les observations des variations du Pendule concourent à lui donner. 2°. Si l'hypothese de l'augmentation des degrés de latitude proportionelle aux quarrés de leurs sinus, s'écarte un peu des mesures actuelles de la valeur de ces degrés, on trouvera une raison de cette différence de cet écart, & une raison plus que vraisemblable dans l'hétérogenité des différentes parties du globe terrestre, & de toutes les masses des matieres de divers genres dont il est composé. Enfin 3°. l'hypothese de Mr. BOUGUER s'écarte elle-même de quelques observations assurément très exactes, presque autant que celles que j'employe, le fait par rapport à quelques autres. Je prouverai ceci lorsque j'en serai venu aux déterminations numeriques de la grandeur des degrés du Meridien, suivant mes Elemens ; mais je vais auparavant déveloper la seconde des remarques que je viens de faire, & qui est

eſt elle-même mon cinquieme principe ; ſavoir, *que la conſtitution interne du globe terreſtre n'eſt pas parfaitement uniforme & réguliere.* Si l'on fait intervenir ici l'attraction Newtonienne, prouvée d'ailleurs quant à ſes effets, & qu'on ſuppoſe dans la couche la plus exterieure du globe terreſtre, des maſſes d'environ 400 à 500 toiſes de diametre, & d'une denſité double, ou environ, de cellē du reſte de la couche, les Geometres découvriront aiſément qu'il n'en faut pas davantage pour faire devier les fils à plomb de 12″ à 13″ de leur direction réguliere, & par conſéquent pour faire paroître un arc du Meridien terreſtre plus long ou plus court, qu'il n'eſt réellement, de 200 à 250 toiſes ; & ſi la même cauſe a lieu en un ſens contraire, aux deux extrémités d'un arc terreſtre, on le trouveroit plus grand ou plus court de 400 à 500 toiſes, que celui qui répond à un arc terreſtre vrai, de même grandeur que l'apparent †.

Enfin,

† Soit donc A le centre de la Terre, B C D la couche de la matiere terreſtre la plus proche de la ſurface, & d'une demi-lieuë ou d'une lieuë de profondeur, B & D deux parties ou deux maſſes contenues dans l'intérieur de cette couche, & d'une figure quelconque, & d'un diametre auſſi quelconque, mais cependant conſiderable, comme de 100 à 200 toiſes, & d'une denſité différente de la denſité moyenne de la couche, comme double ou triple, ou dans le rapport de $\frac{2}{3}$ &c. L & M deux Lieux, deux Obſervatoires par exemple, placés ſur la ſurface du Globe & ſéparés par l'arc du Meridien L M, & dans chacun deſquels on obſerve la diſtance d'une même Etoile à leurs deux zeniths reſpectifs ; cette diſtance ſe meſure par l'angle que forment les rayons viſuels de l'Etoile avec les lignes ou les fils perpendiculaires L *l*, & M *m*. Si les maſſes B & D étoient de même denſité que celle du reſte de la couche

S ſuppo-

Enfin, & c'eſt ici mon ſixieme principe, une cauſe de cette nature, je veux dire *une maſſe de matiere de 400 toiſes de diametre, & d'une denſité double, de la denſité moyenne du reſte de la couche, augmentera la peſanteur, & accourcira le Pendule de* $\frac{1}{16360}$ *me. parties, ou ſeulement de* $\frac{27}{100}$ *de ligne;* c'eſt-à-dire, que la même irrégularité de la conſtitution interne du globe terreſtre, qui en produira une de 12″ à 13″, ou d'une $\frac{1}{288}$ eme. dans la grandeur apparente du degré de Latitude, n'en produit qu'une de $\frac{1}{16360}$ eme. ou 57 fois moindre, dans la longueur apparente

ſuppoſée uniforme, ces fils perpendiculaires ſeroient dirigés au centre A du Meridien, (mis à part la dérive qui leur eſt cauſée par la figure de la terre :) mais ſi la maſſe B eſt, par exemple, d'une denſité ſimplement double de celle du reſte de la couche, le fil *l* L péſera vers le centre de cette maſſe, avec une force, qui ſera à celle, par laquelle il eſt tiré vers le centre A de la Terre, à fort peu près, comme *b* L à A L; deſorte qu'ayant tiré β A égale & parallele à *b* L, L β ſera la direction du fil perpendiculaire L *l*.

On trouvera de même que la direction du fil M *m*, au lieu d'être M A, ſera M δ; ainſi l'arc terreſtre M L, qui auroit dû paroître répondre à un arc céleſte meſuré par l'angle M A L, paroîtra répondre à un arc meſuré par l'angle M α L $=$ M A L $+$ β L A $+$ δ M A, le rayon L A étant d'environ 3271917 toiſes ſi l'on ſuppoſe les diſtances *b* L & *d* M de 200 toiſes, ou le diametre de la maſſe B & D de 400 toiſes, ce qui eſt bien peu conſiderable, les angles β L A & δ M A ſeroient de 12″ chacun, & l'arc céleſte apparent qui répond à l'arc terreſtre M L de 25″ plus grand qu'il ne ſeroit réellement.

parente du Pendule à ſecondes : par où l'on voit la raiſon pour laquelle je crois les obſervations de la variation du Pendule à ſecondes préferables à celles de la grandeur des degrés, pour déterminer à l'aide de mon troiſieme principe, la proportion des axes de la terre, ſans compter que ces obſervations du Pendule ſont incomparablement plus ſimples, plus aiſées, & plus certaines que celles du degré de Latitude.

Quelle que ſoit la cauſe de cette déviation à laquelle je viens de ſuppoſer que les directions des fils à plomb pourroient être ſujettes, je ne crois pas que l'on puiſſe raiſonnablement revoquer en doute ſon effet déja ſoupçonné & prévû par divers Phyſiciens, & entr'autres Mr. DE FONTENELLE.

Nous avons un ſi grand nombre d'exemples de ces petites irrégularités dans les mouvemens des Aſtres, & en général dans tout ce que la nature nous montre de plus régulier, qu'il me paroit au contraire beaucoup plus vraiſemblable, beaucoup plus naturel, d'en ſuppoſer quelques-unes dans le cas préſent, que de le croire, pour ainſi dire, excepté de l'analogie générale.

Mais quoiqu'il en ſoit, il ſeroit bien aiſé de s'aſſurer par obſervation immédiate, ſi cette deviation eſt réelle. En voici une méthode bien ſimple, & qui a déja été indiquée par Mr. BOUGUER (*dans ſon Traité de la figure de la Terre.*)

Que l'on détermine, par les méthodes geometriques ou trigonometriques ordinaires, la différence en latitude de deux lieux différents, ſitués à peu près ſous le même parallele, & à 10 ou 20 lieuës environ l'un de l'autre ;

il n'eſt pas poſſible que l'on ſe trompe de plus de 3″ ſur cette différence, meſurée de cette maniere; qu'on obſerve enſuite la diſtance d'une même Etoile aux deux zeniths reſpectifs de ces deux lieux, & ſi l'on trouve entre la différence de leurs latitudes, priſes ainſi aſtronomiquement, & celle qui réſulte de l'operation geographique, une différence de 10″ ou 12″ ou plus, je crois qu'on n'aura pas lieu de douter que je n'aye, à fort peu près, indiqué, dans ce que je viens de dire, la véritable raiſon du peu d'accord des différentes obſervations faites pour la meſure de la terre entr'elles.

DONNONS enfin nos poſitions ou élemens numeriques de la grandeur & la figure de la terre; j'y employe deux meſures différentes, l'une qui eſt la longueur du Pendule à ſecondes moyen, & l'autre qui eſt à cette premiere dans le rapport de 14 à 25, c'eſt-à-dire, comme à peu près, le diametre d'un cercle à la ſomme de ce diametre & du quart de cercle, le Pendule moyen étant de 36 pouces 8 lignes $\frac{375}{1000}$ ou $\frac{3}{8}$; cette meſure vaudra 246 lignes $\frac{61}{100}$eme. ou 20 pouces de Roi de 6 lignes & $\frac{61}{100}$. Je ne connois pas de meſure actuelle & en uſage, qui approche plus de celle-là que le *Derah* d'Egypte; mais il eſt plus petit d'environ $\frac{3}{5}$ de ligne. J'appellerai cette meſure D, ou ſi l'on veut, *Derah geometrique.*

Je poſe donc 1°. qu'un degré moyen de latitude contient 112000 Pendules à ſecondes, moyen, ou 7000 fois la longueur d'un Pendule qui feroit chacune de ſes oſcil-

oſcillations dans 4″ de tems ou pendant la durée du paſſage d'une minute de l'Equateur ſous le Meridien ; d'où il ſuit 2°. que ce degré moyen contiendra 200,000 de nos Derahs geometriques, & 3°. 57085 toiſes du Chatelet.

Je ſuppoſe 4°. que la plus grande variation de la longueur du Pendule à ſecondes depuis l'Equateur au Pole, eſt à la plus grande variation de la grandeur du degré de latitude, entre les mêmes limites, comme la meſure D dont je viens de parler, eſt au Pendule, ou comme 14 à 25, & par conſéquent à la différence des deux axes de la Terre, (ce que Mr. CLAIRAUT appelle l'Ellipticité de la Terre) comme 42 à 25.

Suppoſant donc que la fraction qui exprime l'augmentation du Pendule de l'Equateur au Pole ſoit $= \frac{1}{25 \times x}$ on aura celle qui exprime la différence des axes $= \frac{1}{42 \times x}$ & leur ſomme $= \frac{1}{x} \times \frac{1}{25} + \frac{1}{42} = \frac{67}{1050 \times x}$ devra être, par le principe troiſieme $= \frac{1}{115}$, d'où l'on tire $x = 7\frac{1}{3}$, & par conſéquent la plus grande variation du Pendule ſera $= \frac{1}{183\frac{1}{2}}$, & celle des axes de la Terre $\frac{1}{308}$me.

Si l'on prend donc la $\frac{1}{183\frac{1}{2}}$ de 36 pouces 8 lignes $\frac{3}{8}$, on la trouvera de 2 lignes $\frac{4}{10}$, dont la moitié ou 1 ligne $\frac{2}{10}$ étant ôtée de la longueur du Pendule moyen, donnera le Pendule ſous l'Equateur de 36 pouces 7 lignes $\frac{175}{1000}$.

Faiſant enſuite comme le quarré du rayon eſt à $2\frac{4}{10}$ de ligne, de même les quarrés des ſinus de différentes latitudes, on trouvera la longueur de ces Pendules en différents climats comme il ſuit.

CLIMATS.	LONGUEURS calculées.	DU PENDULE obſervées.	DIFFERENCES en milliemes de lignes.
0° 0′	36. p. 7. l. $\frac{175}{1000}$	36. p. 7. l. $\frac{140}{1000}$	+ $\frac{35}{1000}$ $\frac{1}{29}$
9° 34′	36. p. 7. l. $\frac{241}{1000}$	36. p. 7. l. $\frac{230}{1000}$	+ $\frac{11}{1000}$ $\frac{1}{91}$
18° 27′	36. p. 7. l. $\frac{416}{1000}$	36. p. 7. l. $\frac{400}{1000}$	+ $\frac{16}{1000}$ $\frac{1}{62}$
48° 50′	36. p. 8. l. $\frac{535}{1000}$	36. p. 8. l. $\frac{570}{1000}$	— $\frac{35}{1000}$ $\frac{1}{29}$
66° 48′	36. p. 9. l. $\frac{202}{1000}$	36. p. 9. l. $\frac{170}{1000}$	+ $\frac{32}{1000}$ $\frac{1}{31}$

Cette petite Table ſuffit, à ce qu'il me paroit, pour prouver la vérité du ſecond de mes principes, & par conſequent celle auſſi du troiſieme & du quatrieme, qui en ſont en quelque façon des conſéquences néceſſaires : Voyons-en l'application à la figure de la Terre, ou à la valeur des degrés du Meridien en différents climats.

Le degré moyen étant de 57085 toiſes, l'excès du rayon de l'Equateur ſur l'axe de la Terre $= \frac{1}{108}$ de celui-ci, & la variation des degrés de latitude proportionnelle aux quarrés de leurs ſinus, on aura l'excès du plus grand degré ſur le plus petit $\frac{1}{102\frac{2}{3}}$ de ce petit, ou $\frac{1}{103\frac{1}{6}}$ du

du moyen = 553 toiſes, dont la moitié ou $276\frac{1}{2}$ toiſes ôtées du moyen ou de 57085, donnera le degré de latitude ſous l'Equateur = $56808\frac{1}{2}$; faiſant enſuite comme le quarré du rayon aux quarrés des ſinus de 44° 53'. 46° 51' 49°. 3', & de 66°. 20', de même 553 toiſes à ce qu'il faudra ajouter à la valeur du plus petit degré, pour avoir celle qu'il aura ſous ces differens paralleles.

CLIMATS.	GRANDEURS DES DEGRÉ'S calculées	mesurés par des arcs de		DIFFERENCES.
0° 0'	$56808\frac{1}{2}$	56753	3° 7'	+ $65\frac{1}{2}$
44° 53'	57084	57041	4° $\frac{2}{3}$	+ 43
46° 51'	57103	57055	8° $\frac{1}{3}$	+ 48
49° 3'	57124	57069	4°	+ 55
66° 20'	$57272\frac{1}{2}$	57432 *	0° 57'	— 150

Voila donc pour cette fois mes déterminations aſſez ſenſiblement éloignées des obſervations les plus exactes, & dans leſquelles on ne peut raiſonnablément ſuppoſer qu'il y ait des erreurs auſſi grandes que celles qui réſulteroient des différences qui ſe trouvent entr'elles & nos Elemens. Mais ſuppoſant donc ſelon le cinquieme des principes ci-deſſus quelque inégalité dans la conſtitution intérieure du Globe terreſtre, on ne ſera pas en

* Voyez *Traité de la figure de la Terre* par M. *Bouguer* pag. 230.

en peine de rendre raiſon de ces différences, & on les trouvera même très peu conſiderables. En effet, celle de 55 toiſes dont le premier Degré de latitude calculé ſurpaſſe celui qui a été conclu de la meſure d'un arc de 3° $\frac{1}{8}$ ſuppoſe une irrégularité de 166 toiſes ſur la grandeur apparente de l'arc céleſte correſpondant, c'eſt-à-dire, qu'il ſe ſoit trouvé (en ſuivant l'idée phyſique que j'ai employée dans mon cinquieme principe) qu'il ſe ſoit trouvé à quelqu'une des extrémités de cet arc, une maſſe de matiere deux fois plus denſe que la matiere moyenne du Globe terreſtre, & de 332 toiſes de diametre.

La différence entre le 66me. degré de latitude calculé & obſervé, va à peu près à la même quantité; mais celle du 47me. eſt beaucoup plus grande, & ſuppoſe des irrégularités dans la conſtitution des couches du Globe terreſtre, ſituées ſous l'arc du Meridien, compris depuis le 42° $\frac{1}{2}$ juſques au 51, capables d'alterer la grandeur apparente de cet axe terreſtre d'environ 384 toiſes, relativement à l'arc céleſte correſpondant où cet arc céleſte lui-même de 25″, & par conſéquent la dérivation du fil perpendiculaire de 12″ à 13″ à chaque extrémité de cet arc, & en ſens contraire. Nous avons vû tantôt qu'une maſſe de matiere hétérogene de 400 à 500 toiſes ſuffiſoit pour produire cet effet; mais je vois cependant qu'une partie de cette différence doit être rejettée ſur les erreurs inévitables dans les meilleures obſervations, & quelle que ſoit l'habileté des Obſervateurs, & la perfection des inſtruments, on pourroit ſuppoſer, par exemple, que cet arc terreſtre a été pris un peu trop petit d'environ une $\frac{1}{2500}$me. partie, ou de 182 toiſes, ſans

ſans diminuer en rien le mérite des excellentes obſervations qui y ont été employées (Voy. *Meridienne de Paris pag. 90. 93. & 292.*) & alors la différence entre nos calculs & ces obſervations ſe réduiroit à la moitié, & reviendroit à peu près à la même quantité que les deux autres, c'eſt-à-dire à 12″ ou 13″ pour la difference ou la ſomme des deviations des fils perpendiculaires aux deux extrémités de chaque arc.

On trouve auſſi, ſelon les Elemens que je viens de donner, la valeur du degré de Longitude ſous le parallele de 43°. 32′ (*Voy. la Meridienne de Paris*) de 41532 toiſes, plus petite de 86 toiſes ou $\frac{1}{2}$″ d'heure que celle qui a été obſervée; cette différence eſt plus petite encore que les précédentes, & ſuppoſe que la ſomme ou la différence des deviations du fil à plomb, aux deux extrémités de l'arc meſuré étoit ſeulement de 7″ $\frac{1}{2}$; car il eſt clair que c'eſt de la poſition de ce fil que dépendoit la connoiſſance de l'heure vraye, déterminée par les hauteurs correſpondantes.

La Table & l'hypotheſe de Mr. BOUGUER ſur la proportion dans laquelle varient les différences des degrés de Latitude, donne 300 toiſes pour excès de l'arc compris depuis le 47° juſqu'au 51°, ſur l'arc compris depuis le 43° degré juſqu'au 47°; mes Elemens le donnent de 160, & les obſervations faites en France de 112 toiſes; la différence entre la Theorie de Mr. *Bouguer* & les obſervations eſt donc de 188 toiſes: de plus cette Theorie donne le degré du parallele de 46° 51′ de 57025 toiſes, & les obſervations faites ſur un arc de 8° $\frac{1}{3}$ la donnent de 57055, ce qui fait une différence de 250 toiſes ſur

l'arc entier. Ces différences sont, comme l'on voit, aussi grandes que celles qui résultent de nos Elemens, comparés à ces mêmes observations. Ce qui prouve la troisieme des remarques que j'ai pris la liberté de faire sur la Theorie de ce célebre Academicien.

Voici encore une autre Theorie numerique ou arithmetique de la figure de la Terre, très-peu différente de celle que je viens de proposer, & encore plus simple, puisque je n'y employe que les seuls nombres 2 & 5, savoir leurs puissances, comme 16, 64; 25, 125; leur produit, comme 10, 100, 1000, &c. & leur somme 7.

En effet, supposant toujours comme ci-devant, que le Degré de Latitude moyen contient 112000, ou 7×16×1000 Pendules à secondes, j'employe une seconde mesure, laquelle soit à ce Pendule comme 16 à 25, & qui se trouve par conséquent 175000, ou 7×25 ×1000 fois dans le degré moyen de Latitude.

Je prends 3°. cette mesure = 2 pieds — $\frac{64}{128}$eme. de pouce, d'où résulte le Pendule à secondes moyen de 36 pouces 8 lignes $\frac{4}{10}$emes. & le degré de Latitude moyen de 57089 toises.

Je suppose 4°. que la plus grande variation du Pendule à secondes, est à celle du degré depuis le Pole à l'Equateur, comme le Pendule à cette mesure, ou comme 16 à 25, ou comme $\frac{1}{25}$ à $\frac{1}{16}$; d'où il suit, par la nature de la courbe elliptique que j'attribue au Méridien, & par mon troisieme principe, que la plus grande variation

riation du Pendule eſt $= \frac{1}{175} = \frac{1}{7 \times 25}$, la différence des axes de la terre $= \frac{1}{336} = \frac{1}{7 \times 3 \times 16}$ & l'excentricité de l'ellipſe du Méridien $= \frac{1}{13}$. Calculant par ces Elemens les longueurs du Pendule pour différents Climats, on les trouvera comme il ſuit :

	LONGUEURS calculées.	LONGUEURS obſervées.	DIFFERENCES.
0° 0′	36. p. 7. l. 145	36. p. 7. l. 14	+ 0, 005
18° 27′	36. p. 7. l. 396	36. p. 7. l. 40	— 0, 004
48° 50′	36. p. 8. l. 565	36. p. 8. l. 57	— 0, 005
66° 48′	36. p. 9. l. 262	36. p. 9. l. 17	+ 0, 092

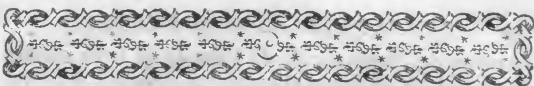
Ces différences, à la réſerve de la derniere, ne vont qu'à une deux-centieme partie de ligne, ce qui eſt abſolument inſenſible : on trouvera auſſi les longueurs des degrés, telles qu'on les voit dans cette Table.

CLIMATS.	DEGRÉ'S *calculés.*	DEGRE'S *observés.*	DIFFERENCES.
0° 0'	56834	56753	+ 81
44° 53'	57087	57041	+ 46
46° 51'	57106	57055	+ 51
49° 3'	57127	57069	+ 58
66° 20'	57261	57422	— 161

Quoique ces Elemens s'écartent un peu plus des observations que les premiers, la grande ſimplicité des nombres qui y ſont employés, me paroit ſi bien compenſer ce défaut, que je ne ſaurois preſque à laquelle de ces deux eſpeces d'Elemens donner la préference.

Je finirai cette Theorie par une remarque géographique; c'eſt que ſi l'on prend la valeur de la $\frac{1}{200000}$ partie d'un degré de Latitude ſous le parallele du 31° 46', qui eſt à peu près celui des lieux où le véritable Derah d'Egypte a été autrefois en uſage, on le trouvera en ſe ſervant des premiers Elemens, de 246,098 lignes, ou de 20 pouces 6 lignes & un peu moins d'une treizieme de ligne; ce qui eſt dans la derniere exactitude la valeur qu'il a effectivement.

COROL-



COROLLAIRES
ARITHMETIQUES ET GEOMETRIQUES
DE LA
DISSERTATION PRECEDENTE *.

LA circonférence étant supposée $= 12 \times 22 = 264$ parties, le rayon sera de 42, l'arc de $60° = 44$ & sa $\frac{1}{13}$eme. partie (*Voy. ci-dessus pag.* 147) $= \frac{44}{13} = \frac{22}{273}$eme. du rayon, & par conséquent le quarré de cette $\frac{1}{13}$eme. partie d'un arc de $60° = \frac{484}{74529}$, ou à fort peu près $= \frac{1}{154}$ du quarré du rayon.

L'excentricité de cette ellipse du Méridien terrestre est encore, suivant la premiere Theorie, à l'axe de la terre précisément comme le mois Lunaire à l'année Solaire, ou comme 1040 : 12863 ; car les quarés de ces deux nombres, savoir 1081600 & 165456769, sont entr'eux comme 1 & $153 - \frac{1}{38}$, & par conséquent ceux du

* Quoique les Dimensions ou Déterminations suivantes ne fussent pas à la suite de la Dissertation précedente, & paroissent un hors-d'œuvre, on a cru cependant qu'elles ne laisseroient pas de faire plaisir à quelques Géometres.

du rayon de l'Equateur & de l'axe de la terre comme 154 à 153, & ces lignes elles-mêmes comme 308 à 307, qui eſt le rapport que nous leur avons trouvé par cette premiere Theorie. (*Voy. ci-deſſus pag.* 141.)

Les Geometres concluront facilement de là 1°. que la ſurface du globe terreſtre applati dans cette proportion, eſt plus grande de $\frac{1}{926}$ que celle d'une ſphere, qui auroit pour rayon, le rayon moyen de la terre.

2°. Que la ſolidité de la Terre eſt à celle de la même ſphere comme 617 à 616, & par conſéquent

3°. Qu'une ſphere dont le rayon ſurpaſſeroit de $\frac{1}{1851}$ le rayon moyen de la Terre, ſeroit égale en ſurface & en ſolidité au globe applati de la Terre. J'appellerai le rayon de cette ſphere, *rayon exactement moyen.*

Ils trouveront encore 4°. que le Pendule à ſecondes moyen, non entre tous ceux que l'on conçoit ſuſpendus ſur toute la circonference du Méridien, mais ſur toute la ſurface de la Terre, ils trouveront, dis-je, que ce Pendule ſera plus court que le moyen du Méridien d'une $\frac{1}{1098}$eme., & par conſéquent

5°. Que la coudée ou la 200000me. partie d'un degré véritablement moyenne entre toutes celles de la Terre, eſt au Pendule véritablement moyen, comme 14 : 25 $\times \frac{690}{689}$.

6°. Qu'un arc quelconque S du Méridien terreſtre à compter depuis l'Equateur, répondant à une Latitude aſtrono-

astronomique quelconque, ou à un arc quelconque du Meridien céleste, est plus petit que ce dernier d'une quantité qui est à 8′ 23″, comme le sinus de 2 S est au rayon; de maniere que pour un lieu, dont la Latitude seroit, par exemple de 31° 45′ 53″, ou dont l'arc du Méridien céleste correspondant, seroit de 31° 45′ 53″, l'arc du Méridien terrestre mesuré en degrés moyens du Méridien seroit plus court de $8' \, 23'' \times \frac{\text{Sin. } 63° \, 32'}{\text{Rayon}}$ ou de 7′ 30″, & par conséquent cet arc seroit de 31° 38′ 23″; j'appelle ce dernier la Latitude *geographique*, & le premier la Latitude *astronomique* du lieu.

Le quarré du sinus de la Latitude de Jerusalem ou de 31° 45′ 53″ est au rayon comme 166 à 599, ou 23 à 83, ou simplement 5 à 18; il s'ensuit que la $\frac{1}{200000}$me partie d'un degré sous ce parallele, ou la coudée sacrée est à la $\frac{1}{200000}$ du degré moyen de Latitude, comme $307\frac{1}{2} - \frac{4}{18} \times 3$, ou comme $307 - \frac{1}{6}$ est à $307\frac{1}{2}$, ou comme 460 à 461, que la différence entre le degré sous ce parallele & le degré de Latitude moyen est égale à $\frac{4}{18}$ de celle du degré sous l'Equateur au degré sous le Pole, ou égale à $\frac{4}{18} \times \frac{3}{307\frac{1}{2}}$ du degré moyen; mais le degré moyen étant à celui d'une sphere décrite du rayon exactement moyen, comme 1851 à 1852, il s'ensuit que la $\frac{1}{200000}$ du degré de Latitude sous le parallele de Jerusalem

ſalem, eſt à la $\frac{1}{200000}$ des degrés du grand cercle exacte-ment moyen, comme 460×1851 à 461×1852, ou comme 1 à $1 + \frac{5}{6 \times 307}$, ou comme $368\frac{2}{5}$ à $369\frac{2}{5}$, & par conſéquent le rayon de la terre exactement moyen contiendra 200000 coudées ſacrées $\times\, 57\frac{21}{71} \times \frac{369\frac{2}{5}}{368\frac{2}{5}} =$ 11490304 coudées, le demi axe de la terre en contien-dra 11465387, & le rayon de l'Equateur 11502733, & le rayon moyen 11484060.



PRO-

PROBLEME

Sur l'oscillation du Pendule dans un arc de cercle.

Soit un corps suspendu en Pendule au point B, (Tab. II.) *& oscillant circulairement dans l'arc* HEI; *on demande la durée de chacune de ses oscillations de* H *par* E *en* I.

I. Soit tirée la corde IH, & décrit sur la fleche CE le demi cercle CLE, & menées les lignes BG, Bg, DLG, dlg, & nommées AE b, CK ou KE r, DE x, l'arc EL s & H la hauteur qu'un corps tombant parcourt dans une seconde, & t la durée d'une oscillation de H par E en I, on trouvera par les regles ordinaires de la Geometrie & de la Mechanique

$$\frac{2r\,dt\sqrt{H}}{b} = \frac{ds}{\sqrt{b-x}}$$

II. Soit reduite cette differentielle en Serie, & l'on aura $\frac{2r\,dt\sqrt{H}}{b} = \frac{ds}{\sqrt{b}} \times (1 + \frac{1.x}{2.b} + \frac{1.3.xx}{2.4.bb} + \frac{1.3.5.x^3}{2.4.6.b^3}$ $+ \frac{1.3.5.7.x^4}{2.4.6.8.b^4} + \frac{1.3.5.7.9.x^5}{2.4.6.8.10.b^5} +$ &c.

III. On sait par les regles du calcul differentiel & integral, que, 1°. $\int x\,ds = rs - ry$. 2°. $r\,dy = r\,ds - x\,ds$. 3°. $y\,dx = r\,ds - r\,dy + x\,dy = 2x\,ds - \frac{xx\,ds}{r}$.

D'où l'on tire IV°. $x^{p-1}ds = rx^{p-1}ds - rx^{p-1}dy$ $= rx^{p-1}ds - d(rx^{p-1}y) + \overline{p-1}\,rx^{p-2}ydx = rx^{p-1}ds$ $- d(rx^{p-1}y) + \overline{p-1}\,2rx^{p-1}ds - \overline{p-1}\,x^{p}ds$, & par conſéquent $px^{p}ds = \overline{2p-1}\,rx^{p-1}ds - d(rx^{p-1}y)$, & par conſéquent encore $\int x^{p}ds = \overline{2 - \frac{1}{p}} \times \int rx^{p-1}ds$ $- \frac{rx^{p-1}y}{p}$.

V. Or la premiere de ces integrales ſe connoit par l'integration des differentielles $x^{p}ds$ d'un ordre inferieur, ou dans leſquelles p eſt moindre ; d'où il ſuit que comme on a directement celle de xds dans laquelle $p = 1$, on pourra avoir en montant ſucceſſivement toutes les ſuivantes. Une remarque à faire là-deſſus, & qui facilite beaucoup le calcul, c'eſt qu'en ſuppoſant $x = 2r$, comme cela arrive lorſque le corps F a achevé ſa vibration de H par E en I, l'integrale $rx^{p-1}y$ s'évanouit, & qu'ainſi il eſt inutile d'y avoir égard dans aucune des integrations des diverſes $x^{p}ds$. On aura donc de là

VI. $\int xds = rs - ry$, ou ſimplement $= rs$.

$\int xxds = \frac{3}{2}rrs - \frac{3}{2}rry - rxy$, ou ſimplement $\frac{3}{2}rrs$

$\int x^{3}ds =$ ſimplement $\frac{3.\,5.}{2.\,3.}r^{3}s$ ou $\frac{5}{2}r^{3}s$

$\int x^{4}ds = \frac{3.\,5.\,7.}{2.\,3.\,4.}r^{4}s$, ou $\frac{5.\,7.}{2.\,4.}r^{4}s$

$$\int x^5 ds = \frac{3.5.7.9.}{2.3.4.5.} r^5 s = \frac{7.9.}{2.4.} r^5 s$$

$$\int x^6 ds = \frac{3.5.7.9.11.}{2.3.4.5.6.} r^6 s = \frac{7.9.11.}{2.4.6.} r^6 s$$

$$\int x^7 ds = \frac{3.5.7.9.11.13.}{2.3.4.5.6.7.} r^7 s = \frac{9.11.13}{2.4.6.} r^7 s$$

$$\int x^8 ds = \frac{3.5.7.9.11.13.15.}{2.3.4.5.6.7.8.} s^8 r = \frac{9.11.13.15}{2.4.6.8.} r^8 s$$

$$\int x^9 ds = \frac{3.5.7.9.11.13.15.17.}{2.3.4.5.6.7.8.9.} r^9 s = \frac{11.13.15.17}{2.4.6.8.} r^9 s$$

$$\int x^{10} ds = \frac{3.5.7.9.11.13.15.17.19}{2.3.4.5.6.7.8.9.10} r^{10} s = \frac{11.13.15.17.19}{2.4.6.8.10} r^{10} s$$

$$\int x^{2m} ds = \frac{(2m+1)}{2.}\frac{(2m+3)}{4.}\frac{(2m+5)}{6.}\frac{(2m+7)}{8.}\frac{(2m+9)}{10.}$$

$$\frac{(2m+11)}{12.}\frac{(2m+13)}{14.} \&c. \ldots \frac{(4m+1)}{2m} r^{2m+1} s$$

& celle de $x^{2m+1} ds = \frac{(2m+3)}{2}\frac{(2m+5)}{4}\frac{(2m+7)}{6}$

$$\frac{(2m+9)}{8} \&c. \ldots\ldots \frac{(4m+1)}{2m} r^{2m+1} s.$$

VII. Introduisant ces valeurs de $\int x^p ds$ dans la Serie de l'Article second, on aura

$$\frac{2rt\sqrt{Hb}}{bs} = 1 + \frac{1r}{2b} + \frac{1.3.3.rr}{2.4.2.bb} + \frac{1.3.5.3.5.r^3}{2.4.6.2.3.b^3}$$

$$+ \frac{1.3.5.7.3.5.7.r^4}{2.4.6.8.2.3.4.b^4} + \frac{1.3.5.7.9.3.5.7.9.r^5}{2.4.6.8.10.2.3.4.5.b^5}$$

$$+\frac{1.3.5.7.9.11.3.5.7.9.11.r^6}{2.4.6.8.10.12.2.3.4.5.6.b^6}+\&c., \text{ ou } \frac{2rt\sqrt{Hb}}{bs}$$

$$=1+\frac{1}{1}\times\frac{r}{2b}+\left(\frac{1.3}{1.2}\right)^2\times\frac{rr}{(2b)^2}+\left(\frac{1.3.5}{1.2.3}\right)^2\times\frac{r^3}{(2b)^3}$$

$$+\left(\frac{1.3.5.7}{1.2.3.4}\right)^2\times\frac{r^4}{(2b)^4}+\left(\frac{1.3.5.7.9}{1.2.3.4.5}\right)^2\times\frac{r^5}{(2b)^5}+\&c.$$

VIII. Mais ces Series peuvent être rendues beaucoup plus convergentes, en considerant 1°. que lorsque le corps a achevé son oscillation entiere, ou sa demi oscillation, l'arc CL (s) devient égal à un demi cercle, de maniere qu'en nommant $\frac{C}{D}$ le rapport de la circonference au diametre, on auroit $\frac{r}{s}=\frac{D}{C}$. En nommant L la longueur BF du Pendule, on aura $\frac{2rt\sqrt{Hb}}{bs}=t\times\frac{D}{C}\times\sqrt{\frac{2H}{L}}$ Et que la derniere Serie est égale à $t\times\sqrt{\frac{2H}{L}}=\Big[1+\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$$\times\frac{r}{L}+\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2\times\frac{rr}{LL}+\left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2\frac{r^3}{L^3}+\left(\frac{1.3.5.7}{2.4.6.8}\right)^2\frac{r^4}{L^4}$$

$$+\left(\frac{1.3.5.7.9}{2.4.6.8.10}\right)^2\frac{r^5}{L^5}+\&c.\Big]$$

$$=1+\left(\frac{1}{2}\right)^2\frac{r}{L}+\left(\frac{3}{4}\right)^2A\frac{r}{L}+\left(\frac{5}{6}\right)^2B\frac{r}{L}+\left(\frac{7}{8}\right)^2C\frac{r}{L}\&c.$$

$$=t\times\frac{D}{C}\times\sqrt{\frac{2H}{L}}=\Big[1+\left(\frac{(1)^2}{(2)3}\times\frac{r}{L}+\frac{(1)^2}{(2)^2 3}\times\frac{r}{L}\right).$$

$$+\left(\frac{(1.3)^2}{2.3.4.5}\times\frac{rr}{LL}+\frac{(1.3)^2\times\overline{3.5-2.4}}{(2.4)^2\,3.5}\times\frac{rr}{LL}\right)$$

+

$$+\left(\frac{(1.3.5)^2}{2.3.4.5.6.7}\times\frac{r^3}{L^3}+\frac{(1.3.5)^2\times\overline{3.5.7-2.4.6}}{(2.4.6)^2\,3.5.7}\times\frac{r^3}{L^3}\right)$$

$$+\left(\frac{(1.3.5.7)^2}{2.3.4.5.6.7.8.9}\times\frac{r^4}{L^4}+\frac{(1.3.5.7)^2\times\overline{3.5.7.9-2.4.6.8}}{(2.4.6.8)^2\,3.5.7.9}\right.$$

$\times\frac{r^4}{L^4}) + \&c.] =$ en nommant A un arc de cercle, dont $\sqrt{L}$ feroit le rayon, & $\sqrt{r}$ le finus droit $t\times\frac{D}{C}\times\sqrt{\frac{2H}{L}}$

$$=\frac{A}{\sqrt{r}}+\left[\frac{1}{(2)^2}\times\frac{r}{L}-\frac{1}{2^2}\times\frac{r}{L}+\frac{(1.3)^2}{(2.4)^2}\times\frac{rr}{LL}-\frac{(1.3)^2}{(2.4)^2 5}\right.$$

$$\times\frac{rr}{LL}+\frac{(1.3.5)^2}{(2.4.6)^2}\times\frac{r^3}{L^3}-\frac{(1.3.5)^2}{(2.4.6)^2 7}\times\frac{r^3}{L^3}+\frac{(1.3.5.7)^2}{(2.4.6.8)^2}\times\frac{r^4}{L^4}$$

$-\frac{(1.3.5.7)^2}{(2.4.6.8)^2 9}\times\frac{r^4}{L^4}+\&c.-\&c.$, ou $=t\times\frac{D}{C}\times\frac{\sqrt{2H}}{L}$

$=\frac{A}{\sqrt{r}}+$ la différence de ces deux Series $[+\frac{r}{2^2L}$

$$+\frac{3^2Ar}{4^2L}+\frac{5^2Br}{6^2L}+\frac{7^2Cr}{8^2L}+\frac{9^2D}{10^2L}+\&c.$$

$$-\frac{r}{2^2.3L}-\frac{3^2Ar}{4^2.5L}-\frac{5^2Br}{6^2.7L}-\frac{7^2Cr}{8^2.9L}-\frac{9^2Dr}{10^2.11L}-\&c.]$$

lefquelles Series convergent beaucoup plus vite que la premiere.

IX. Suppofant $r=\frac{b}{\infty}$, comme cela arrive lorfque le corps ofcille dans un arc de cercle infiniment petit ou dans

dans une cycloïde, toutes ces Series & ces quantités se réduisent à $t \times \frac{D}{C} \times \frac{\sqrt{2H}}{L} = \frac{A}{\sqrt{r}} = 1$, ou $t = \frac{C}{D} \times \frac{\sqrt{L}}{2H}$ qui est la formule ordinaire.

X. Lorsque $2r$ ou CE devient $= L = BE = \frac{1}{2} b$, comme le corps F tombe d'une hauteur horizontale au point de suspension, & oscille dans un quart de cercle, on trouve $\frac{A}{\sqrt{r}} = \frac{C}{D\sqrt{8}}$, par conséquent $t = \frac{CC}{4DD} \sqrt{\frac{L}{H}}$

$$+ \frac{C}{2} \sqrt{\frac{L}{2H}} \times \left(\frac{1}{8} + \frac{9}{256} + \frac{225}{1792} + \&c. - \frac{1}{24} - \frac{3}{1180} - \frac{15}{64512} - \&c. \right) = \text{en tout à } \frac{C}{D} \times \sqrt{\frac{L}{2H}}$$

$$\times (\overline{1,\ 11075 + 0,06715 - 0,\ 04423}, \text{ ou } 1,\ 13191);$$

d'où il suit que le tems de la chute d'un corps pendule par le quart de cercle, est au tems d'une demi oscillation dans un arc infiniment petit, comme 113367 à 100000, ou comme 34 à 30.

SUR

Memoire sur les Satellites en general &c.

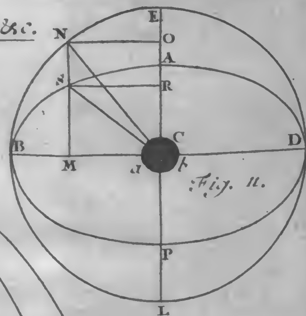
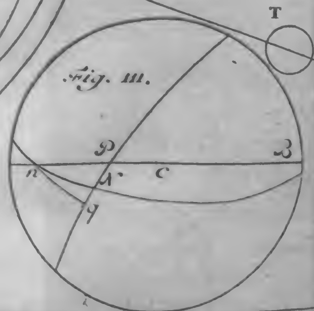


Fig. I.





SUR LES
SATELLITES
EN GENERAL,
ET SUR CEUX
DE SATURNE
EN PARTICULIER *.

I. AYant lû, il y a quelque tems, un écrit de Mr. CASSINI sur les Satellites de Saturne, imprimé parmi les Mémoires de l'Academie de l'année 1716, je crus y remarquer quelques difficultés sur lesquelles je souhaitois d'avoir un éclaircissement. J'essayai d'abord de le trouver moi-même; ce qui m'engagea à examiner assez au long toute la Theorie des Satellites en général, & me donna lieu de faire plusieurs remarques là-dessus, lesquelles je donnerai ici: après quoi j'exposerai aussi clairement qu'il me sera possible, en quoi consistent les difficultés dont je viens de parler.

II. Toute la Theorie des Satellites en général, se réduit absolument, à ce qu'il me paroit, aux deux questions suivantes:

1°. *Etant connue par observation la situation apparente d'un Satellite, à l'égard de sa Planete principale, vuë de la Terre,*

* Ce Mémoire a été composé en Avril 1735.

Terre, déterminer ſon vrai lieu dans le Ciel, en le ſuppoſant vû du centre de ſa Planette.

2°. Le vrai lieu dans le Ciel d'un Satellite, vû du centre de ſa Planete, étant ſuppoſé connu, ſoit par les Tables aſtronomiques de ſon mouvement, ſoit de quelqu'autre maniere, déterminer ſa ſituation apparente à l'égard de ſa Planete, vuë de la terre.

III. Avant que de donner la maniere de reſoudre ces deux Problémes, il eſt néceſſaire d'avertir que je ſuppoſerai toujours dans la ſuite, la ſituation des nœuds & l'inclinaiſon de l'orbite d'un Satellite à l'Ecliptique connue & déterminée : car je ne me ſuis abſolument point propoſé d'en parler ici. On peut voir de quelle maniere Mr. CASSINI, dans les Mémoires de l'Academie de 1717, détermine ces deux élemens à l'égard des Satellites & de l'orbite de Saturne ; & comment il reſout les principaux Problémes qu'on peut propoſer là-deſſus.

DEFINITIONS.

TAB. III. *Fig.* 1. IV. Soit T la Terre, C une Planete quelquonque ; TC une ligne tirée du centre de la Terre T au centre de la Planete C, & ſoyent trois plans EB, DR, AF, paſſans tous par le centre C de la Planete ; deſquels le premier EB ſoit parallele à celui de l'Ecliptique, le ſecond AF perpendiculaire à la ligne CT, & le troiſieme enfin DR, ſoit l'orbite de quelqu'un des Satellites de cette Planete C.

J'appellerai toujours dans la ſuite, & cela pour abreger, le plan EB, plan parallele ; le plan AF, plan de pro-

projection; le plan DR, plan orbitaire; & la ligne TC, rayon visuel.

V. Toutes les fois encore que je parlerai de la situation des nœuds & de l'inclinaison de l'orbite d'un Satellite, sans déterminer à l'égard de quel cercle de la sphere je les prends, on devra toujours l'entendre du plan EB parallele à l'Ecliptique, ou, ce qui est la même chose, du plan de l'Ecliptique même.

VI. On dit qu'un Satellite est en conjonction avec sa Planete (en les supposant tous les deux vûs de la Terre) lorsqu'il paroit le moins éloigné de son centre qu'il est possible. Or comme les orbes de quelques Satellites que ce soyent étant vuës de la terre, paroissent le plus souvent en forme d'Ellipses, plus ou moins ouvertes, & quelquefois même de lignes droites (mais jamais de cercles, parce qu'il faudroit que leur inclinaison à l'Ecliptique fut presque perpendiculaire) il est clair que dans le premier cas, un Satellite étant en conjonction avec sa Planete, doit être situé dans le point de son orbite apparente & elliptique, qui est coupé par le petit diametre de l'Ellipse, soit dans ses conjonctions supérieures, soit dans les inférieures; & que dans le second il doit passer devant le centre de sa Planette lorsqu'il est en conjonction inférieure, & derriere ce centre lorsqu'elle est supérieure.

Je nommerai, avec Mr. CASSINI, *Apogée* le point de son orbite tant véritable qu'apparent, auquel il parvient, lorsqu'il se trouve en conjonction supérieure; & *Périgée* celui où il arrive à son inférieure.

VII. Lorsqu'on parle de la situation apparente d'un

Satellite par rapport à sa Planete principale, on a toujours égard à deux choses : la premiere est sa distance à son apogée, ou son périgée, que l'on appellera, si l'on veut, *anomalie apparente ;* la seconde est sa distance par rapport au grand diametre de l'Ellipse apparente de son orbite, laquelle distance on pourra nommer *déclinaison apparente*. Une figure fera mieux comprendre ce que je viens de dire.

TAB. III. *Fig.* 2. Soit ABPD l'orbite apparente & elliptique d'un Satellite, situé pour le moment d'une observation en S : on connoit par cette observation le rapport des perpendiculaires SR, SM, sur les diametres AP, BD, avec le diametre apparent *ab* de la Planete C : l'on connoit aussi le rapport de ce diametre *ab*, avec celui BD de l'orbite apparente & elliptique du Satellite, & avec sa moitié BC, l'on aura donc celui de BC à SR, & à SM. Ainsi l'on fera comme BC, à SR ; de même le rayon au sinus de la distance du Satellite (vû du centre de sa Planete) à son Apogée. 2°. Comme BC, à SM, de même le rayon, au sinus de la déclinaison apparente du Satellite (vû du centre de sa Planette) par rapport au plan du cercle qui passe par le centre de la Planete C & par le rayon visuel, & qui coupe l'orbite du Satellite dans le sens du diametre BD. J'ai cru tout ce détail nécessaire, pour rendre plus clair ce qu'on lira dans la suite.

PROBLEME PREMIER,

FONDAMENTAL.

VIII. *Etant donnée pour un tems quelquonque la longitude & la latitude géocentrique d'une Planete, déterminer pour*

pour ce même tems le vrai lieu dans le Ciel, c'est-à-dire, la vraye longitude & la vraye latitude du nœud N *du plan orbitaire avec celui de projection, de même que l'inclinaison de ces deux plans, en supposant le spectateur dans le centre de la Planete* C. Fig. 1.

IX. Toutes choses demeurant les mêmes que dans l'Art. IV, si l'on imagine décrit du point P (où le plan de projection coupe le parallele) comme Pole, & par les points A & F un demi cercle ABMF, il est clair 1°. que le Pole P étant pris sur l'Ecliptique ou son parallele, ce qui est la même chose, ce demi cercle sera un cercle de latitude, & passera par les Poles *f*, *a* de l'Ecliptique. 2°. Que rencontrant le rayon visuel en M, il coupera le plan parallele en un point B (éloigné de 90°,) qui représentera le lieu de la Terre, (vuë de la Planete) reduit à l'Ecliptique, de même que l'angle BCM, mesurera sa latitude vuë de la Planete, laquelle étant égale & opposée à celle de la Planete, sera par conséquent connue, de même que, par la même raison, le lieu du point B & celui du point P.

L'on connoit aussi (Art. III.) la situation du nœud *n* de l'orbite du Satellite avec l'angle R*n*B, ou D*n*E de son inclinaison.

X. Connoissant donc le lieu des points P & *n*, on aura dans le triangle spherique obliquangle PN*n*, le côté P*n* avec les angles NP*n*, P*n*N, d'où l'on connoitra le côté N*n*, & l'angle PN*n* = à l'inclinaison des deux plans AF & DR; *ce qu'il falloit premierement chercher.*

 On

OPERATION.

On tirera du point *n* une perpendiculaire *nq*. Enſuite l'on fera :

1°. Comme le Rayon,
Au Coſinus du côté P*n*.
De même la Tangente de *q*P*n*,
A la Cotangente de *qn*P.

L'angle *qn*P étant connu, on connoitra l'angle *qn*N, ſoit que la perpendiculaire *nq* tombe en dedans ou en dehors du triangle N*n*P; ainſi l'on fera :

2°. Comme le Coſinus de *qn*P,
Au Coſinus de N*nq*.
De même la Cotangente du complement de P*n*,
A la Cotangente du complement de N*n*.

3°. Comme le Sinus de *qn*P,
Au Sinus de N*nq*.
De même le Coſinus de *q*P*n*,
Au Coſinus de *q*N*n*, ou PN*n*.

XI. Ayant enſuite imaginé un cercle de latitude *f*N*d* (dont on n'a tracé que la moitié pour éviter la confuſion) dans le triangle ſpherique N*dn* rectangle en *d*, dont on connoit le côté N*n* & l'angle *dn*N, on aura les deux autres côtés *dn* & *d*N, qui donneront la longitude & la latitude du nœud N; *ce qu'il falloit en ſecond lieu trouver.*

OPERATION.

Pour avoir N*d*, Comme le Rayon
Au Sinus de N*nd*.

De

De même le Sinus de N*n*,
Au Sinus de N*d*.
Pour avoir *dn*, Comme le Rayon,
A la Tangente de N*n*.
De même le Cosinus de N*nd*,
A la Tangente de *dn*.

PROBLEME II.

XII. *Toutes choses étant supposées les mêmes que dans le Probléme précédent, on demande de plus la Longitude & la Latitude de l'Apogée du Satellite, vû du centre de sa Planete.*

XIII. On supposera, après avoir résolu le Probléme précédent, que les points V & *x* pris sur le plan orbitaire, & les points *u* & X sur celui de projection, soient tous éloignés du point N de 90°, ensorte que l'arc de grand cercle *u*V ou *x*X décrit du Pole N mesure l'inclinaison de ces deux plans. On imaginera un cercle de latitude *fg*V*a* qui coupe le plan parallele en *g*. Dans le triangle spherique *ng*V rectangle en *g*, on connoit 1°. le côté *n*V en retranchant de l'arc NV de 90° l'arc N*n* connu par Art. X. (l'arc *n*V est = à la distance du Périgée du Satellite au nœud de son orbite à l'Ecliptique,) 2°. l'angle *gn*V; ainsi l'on aura les deux côtés N*g* & *g*V, qui donneront la longitude & la latitude du point V.

OPERATION.

1°. Comme le Rayon,
Au Sinus de l'angle V*ng*.
De même le Sinus de *n*V,
Au Sinus de V*g*.
2°. Comme le Rayon,
A la Tangente de *n*V.
De même le Cosinus de V*ng*,
A la Tangente de *ng*.

XIV. Or je dis que le point V est le Périgée du Satellite; car soit BEDL le plan de projection, BADP l'orbitaire, & C la Planete, il est clair que les points B & D seront les nœuds de ces deux plans, & que les points A & P, E & L en sont éloignés de 90°. Ainsi les points B & D, A & P, E & L de la figure 2. répondent aux points N & O, *x* & V, X & *u* de la fig. 1. Mais lorsque le Satellite est en conjonction avec sa Planete, il est évident qu'il se trouve dans un des points A & P de la fig. 2, ou, ce qui est la même chose, dans un des points *x* & V de la fig. 1. Ainsi le point V répondant au point P, sera le Périgée du Satellite, & le point X son Apogée, ce qu'il falloit démontrer.

TAB. III. Fig. 2.

Or la longitude & la latitude du point V étant donnée, on aura celle du point X ou de l'Apogée du Satellite qui lui est diametralement opposé, de même que l'arc *nx* = au complement de l'arc V*n* à 180° = à la distance de l'Apogée au Satellite au nœud de son orbite à l'Ecliptique.

PRO-

PROBLEME III.

XV. *Le Probléme premier étant ſuppoſé réſolu, on demande le rapport du grand au petit diametre de l'orbite apparente & elliptique du Satellite.*

XVI. On fera comme le Rayon,
Au Sinus du complement de l'inclinaiſon du plan orbitaire avec celui de projection. *Fig* 2.
De même le grand diametre B D,
Au petit diametre A P.

Cette Solution paroîtra évidente, ſi l'on fait attention que le plan B E D L repréſentant celui de projection, les points B & D repréſentent auſſi les nœuds avec l'orbite B A D P du Satellite, & les points A & P ſont ceux où la déclinaiſon apparente du Satellite eſt la plus grande; en ſorte qu'en imaginant une ligne tirée par le point A au centre C de la Planete, l'angle formé par cette ligne avec le rayon viſuel, eſt le complément de l'inclinaiſon des deux plans B E D L, B A D P.

PROBLEME IV

XVII. *Etant donnée par obſervation la ſituation apparente d'un Satellite, ou ſimplement ſon anomalie apparente, déterminer pour le tems de cette obſervation la vraye longitude & la vraye latitude de ce Satellite, vû du centre de ſa Planete, en même tems que ſa diſtance à l'un des nœuds de ſon orbite.*

XVIII. Soit en S le Satellite pour le moment de l'obſervation, en ſorte que l'arc xS ſoit = a ſon anomalie *Fig.* 1.

anomalie apparente, laquelle, & par conséquent l'arc $x S$ sera connue, on calculera par l'Art. XIV. l'arc nx, d'où l'on connoitra l'arc nS en retranchant nx de xS; *ce qu'il falloit premierement chercher.*

XIX. Ensuite ayant imaginé par le point S un cercle de latitude $frSa$, qui coupe l'Ecliptique en r. Dans le triangle sphérique nSr rectangle en r, dont on connoit le côté nS & l'angle Snr, on aura les côtés nr & Sr qui donneront la longitude & la latitude du Satellite S; *ce qu'il falloit en second lieu trouver.*

OPERATION.

Pour avoir nr, on fera comme le Rayon,
A la Tangente de nS.
De même le Cosinus de Snr,
A la Tangente de nr.
Pour avoir rS, comme le Rayon,
Au Sinus de nS.
De même le Sinus de Snr,
Au Sinus de rS.

PROBLEME V.

XX. *Etant donnée, soit par les Tables astronomiques, soit de quelqu'autre maniere, la longitude & la latitude d'un Satellite, vû du centre de sa Planete, ou simplement sa distance au nœud de son orbite avec l'Ecliptique, trouver sa situation à l'égard de sa Planete, vuë de la terre.*

Fig. 1. XXI. On calculera (Art. XIV.) l'arc nx où la distance de l'Apogée du Satellite à son nœud à l'Ecliptique, d'où

d'où l'on aura l'arc Sx, ou l'anomalie apparente du Satellite; ensuite l'on fera comme le Rayon, au Sinus de l'anomalie apparente du Satellite. De même le grand demi-diametre BC de l'orbite apparente & elliptique du Satellite, à la perpendiculaire SR. *Fig. 2.*

XXII. En second lieu, après avoir trouvé par le Probléme troisieme, le rapport des deux demi-diametres BC, AC, on imaginera un cercle BEDL, circonscript à l'ellipse ABDP; on prolongera MS en N, & l'on tirera NO parallele & égale à la perpendiculaire SR: il est clair que l'angle CNO est égal au complement de l'anomalie apparente du Satellite, ainsi l'on fera Comme le Rayon, au Cosinus de l'anomalie apparente du Satellite. De même NC, ou BC à OC. 2°. Comme BC à AC. De même OC ou NM à SM qui sera ainsi connuë.

XXIII. *Plus simplement.* On a (en nommant S le Cosinus de l'anomalie apparente du Satellite, & r le rayon) 1°. $r \times OC = S \times BC$ ou $OC = \frac{S \times BC}{r}$. 2°. $BC \times SM = AC \times OC$, ou $SM = \frac{AC \times OC}{BC} = \frac{AC}{BC} \times \frac{S \times BC}{r} = \frac{AC \times S}{r}$, ce qui donne cette nouvelle proportion. Comme le Rayon, au Cosinus de l'anomalie apparente du Satellite. De même le petit diametre AC à la ligne SM = au Cosinus de la déclinaison apparente du Satellite, vû du centre de sa Planete.

REMARQUES.

XXXIV. Il ſuit évidemment du Probléme ſecond, que le lieu de l'apogée d'un Satellite, peut être aſſez différent du lieu géocentrique de ſa Planete, & cela d'autant plus que l'inclinaiſon de ſon orbite à l'Ecliptique eſt plus grande (toutes choſes étant ſuppoſées d'ailleurs égales;) car il n'y a que deux cas où leur longitude ſoit la même: le premier, lorſque les nœuds N, P, *n* ſe confondent en P; ce qui arrive lorſque le lieu géocentrique de la Planete eſt éloigné de 90° du vrai lieu du nœud *n* de ſon Satellite. Le ſecond, lorſque les points D & X, V & R viennent à tomber en Z & en M, ou ce qui eſt la même choſe, lorſque l'orbite du Satellite, étant vuë de la terre, paroit en forme de ligne droite.

Fig. 1.

Cependant Mr. CASSINI ſemble avancer le contraire, lorſqu'il dit *: "On calcule pour ce tems le vrai „ lieu de Saturne à l'égard de la terre, *qui eſt le même* que „ celui du Satellite lorſqu'il eſt dans ſa conjonction ſupé„ rieure," & c'eſt là la premiere difficulté que j'avois à propoſer.

XXV. Comme le mouvement d'un Satellite à l'Ecliptique eſt quelquefois fort différent de ſon vrai mouvement, pris ſur le plan de ſon orbite; ſur tout ſi ces deux cercles ſont fort inclinés l'un à l'autre. Il me paroit que l'on doit toujours avoir égard à ce dernier préferablement à l'autre, ſi l'on veut connoitre exactement le tems périodique d'un Satellite, ou la quantité de ſon moyen mouvement pendant un certain tems déterminé.

Mais

* Mémoires de l'Académie de 1716. *pag.* 259. *édit. d'Amſterd.*

Mais Mr. *Cassini* dit encore (*pag.* 259): "Mais comme il „ arrive rarement que Saturne n'ait point eu de mouvement „ à l'égard de la terre pendant plusieurs revolutions que „ l'on veut comparer ensemble; il faut faire cette pro- „ portion : Comme le nombre des revolutions obser- „ vées, qui sont chacune de 360° plus ou moins les „ degrés du mouvement vrai de Saturne, sont à 360° &c." Et dans un autre endroit (*pag.* 260.) "Le mouvement „ vrai de Saturne pendant cet intervale a donc été de „ 15° 24′, qu'il faut ajouter aux 79 revolutions &c." Voilà la seconde des difficultés que j'avois à proposer.

XXVI. A la vérité ces deux différentes manieres de déterminer le moyen mouvement d'un Satellite, ne donneront peut-être qu'une différence de quelques degrés, pour un espace de plusieurs années, laquelle étant ensuite subdivisée en un nombre de parties égal au nombre des jours compris dans ce long intervale de tems, deviendra alors insensible; ensorte que le moyen mouvement journalier du Satellite, déterminé par l'une de ces méthodes, sera sensiblement le même que celui que l'on aura trouvé par l'autre.

C'est peut-être cette raison qui avoit engagé Mr. *Cassini* à se servir de la méthode la plus courte & la plus facile : cependant il me semble que dans le cas présent, on devroit préferer celle que je vais proposer, quoiqu'elle soit plus longue & plus pénible, parce qu'elle est plus exacte, surtout puisque la différence dont je viens de parler (Art. XXVI.) étant distribuée sur un certain nombre d'années, peut aller jusques à quelques degrés; & cette exactitude est principalement nécessaire dans la détermination des époques.

XXVII. On ſait que l'inclinaiſon de l'orbite d'un Satellite avec celui de ſa Planete reſte toujours à très peu près conſtante, tandis qu'à l'égard de pluſieurs Satellites les nœuds de ces deux cercles ſe meuvent continuellement. D'où il ſuit que l'inclinaiſon du premier à l'Ecliptique & le mouvement de ſes nœuds peuvent changer & varier irrégulierement, & d'autant plus ſenſiblement, que l'orbite de ſa Planete ſera plus inclinée à l'Ecliptique, & que le mouvement des nœuds de ce dernier cercle avec l'orbite du Satellite ſera plus prompt.

Ainſi, ſoit dans la conſtruction, ſoit dans l'uſage des Tables aſtronomiques d'un Satellite, on prendra toujours l'inclinaiſon & les nœuds de ſon orbite, à l'égard de l'orbite de ſa Planete, plûtôt qu'à l'égard de l'Ecliptique : de même lorſqu'on voudra mettre en pratique les *Fig. 1.* Problémes précedens, on ſuppoſera le plan EB parallele, non pas à ce dernier, mais à ce premier cercle; ce qui ne changera abſolument rien dans la maniere de reſoudre ces Problémes, puiſqu'on peut toujours également déterminer la valeur des arcs de grands cercles BM, B*n*. On n'a pour cet effet qu'à calculer par les Tables aſtronomiques, & à l'égard de la Planete C la longitude IB, & la latitude BM de la terre réduites à l'orbite EB de la Planete, en commençant à compter les degrés de longitude depuis le nœud aſcendant I de ce cercle à l'Ecliptique.

J'ai eu deux raiſons pour ne pas ſuppoſer dans le commencement le plan EB parallele à l'orbite de la Planete; l'une eſt, que je craignois d'être embrouillé ou obſcur, en voulant embraſſer trop de choſes à la fois; l'autre,

que

que je n'aurois pas pu prouver aussi clairement ce que j'ai avancé dans l'Article XXIV. Mais si l'on veut absolument corriger les Problémes précédens à cet égard, on n'aura qu'à mettre par tout, à la place du mot d'*Ecliptique*, celui d'*Orbite de la Planete du Satellite*, & au lieu de prendre les termes de longitude & de latitude dans le sens qu'on leur donne ordinairement, on supposera que la premiere se compte sur des cercles paralleles, & la seconde sur des cercles perpendiculaires, non pas à l'Ecliptique, mais à l'orbite de la Planete du Satellite.

XXVIII. Oserois-je à présent faire quelques réflexions sur la meilleure maniere de construire des Tables astronomiques d'un Satellite, en se servant d'une méthode dont j'ai démontré ci-devant les principes & les fondemens. Pour cet effet,

§. I. On déterminera aussi exactement qu'il sera possible, 1°. l'inclinaison de l'orbite d'un Satellite, à l'orbide sa Planete. 2°. La situation de son nœud ascendant pour un tems marqué; & 3°. la quantité du mouvement de ce nœud pendant l'espace de une ou plusieurs années. Ensuite l'on en fera une Table que l'on joindra à celles du Satellite: parce que, pour avoir exactement l'arc nx *Fig. 1.*
ou la distance de l'apogée du Satellite à son nœud ascendant, (je suppose toujours dans la suite le plan EB parallele à celui de l'orbite de la Planete C,) il est nécessaire de connoitre la vraye situation de ce nœud pour un tems donné.

§. II. Pour connoitre exactement le tems moyen qu'un Satellite employe à revenir à son nœud ascendant, 1°. on choisira deux observations de son anomalie apparente,

auſſi éloignées l'une de l'autre qu'il ſe pourra, mais qui ayent été faites lorſque la Planete principale C étoit à peu près dans le même point de ſon orbite, ainſi que le dit Mr. CASSINI. 2°. On calculera pour le tems de ces deux obſervations (par Art. XIV.) l'arc *nx* ou la diſtance de l'apogée du Satellite à ſon nœud aſcendant avec l'orbite de ſa Planete; ainſi ſon anomalie apparente étant connue, on aura pour ces deux tems là ſa vraye diſtance à ſon nœud aſcendant, & priſe ſur le plan de ſon orbite, d'où l'on connoitra le nombre de degrés, minutes & ſecondes dont il étoit plus ou moins éloigné du même nœud dans la ſeconde que dans la premiere obſervation. 3°. Diviſant enſuite l'eſpace de tems compris entre ces deux obſervations, par le tems périodique du Satellite, qui eſt toujours à peu près connu, l'on aura le nombre de ſes revolutions écoulées pendant tout cet intervale. L'on fera donc 4°., avec Mr. *Caſſini*, la proportion ſuivante :

Comme le nombre des revolutions obſervées, qui ſont chacune de 360°, plus ou moins le nombre de degrés, minutes &c. dont le Satellite étoit plus ou moins éloigné de ſon nœud aſcendant dans la ſeconde que dans la premiere obſervation.

à 360° ou 1296000″

De même l'intervale de tems compris entre les deux obſervations (lequel on reduira en minutes ou ſecondes d'heures.)

Au tems moyen que le Satellite employe à revenir à ſon nœud aſcendant ou au même point de ſon orbite. 5°. L'on trouvera enſuite ſon moyen mouvement journalier, dont on ſe ſervira comme à l'ordinaire pour la conſtruction des Tables.

§. III.

§. III. On prendra enſuite pluſieurs autres obſervations faites lorſque la Planete du Satellite étoit en différens points de ſon orbite, d'où l'on connoitra, par la méthode précédente, la variation des mouvemens vrais journaliers du Satellite, ſuivant que ſa Planete eſt plus ou moins éloignée de ſon aphelie; car on remarque que la Lune, par exemple, ſe meut plus vîte lorſque la terre eſt dans ſon aphelie, & plus lentement lorſqu'elle eſt dans ſon perihelie; d'où l'on peut conclure, que les inégalités que l'on obſerve dans les mouvemens des Satellites pourroient bien venir d'une cauſe ſemblable.

On conſtruira donc ſur ces fondemens une Table des équations qu'il faut ajouter ou ôter de la quantité du moyen mouvement du Satellite, pour avoir celle de ſon mouvement vrai, ſuivant que ſa Planete eſt plus ou moins éloignée de ſon aphelie. Mais il faut remarquer que cette équation doit être nulle ou zero, lorſque la Planete eſt dans ſon aphelie, enſorte que le lieu moyen du Satellite ſoit alors préciſément le même que ſon lieu vrai; & c'eſt à quoi il faudra auſſi prendre garde, lorſque l'on calculera les diſtances moyennes du Satellite à ſon nœud aſcendant pour les tems qu'on aura choiſis pour époques, ainſi qu'on le pratique ordinairement dans le calcul des époques de l'anomalie moyenne ou du mouvement moyen des grandes Planetes.

§. IV. Lorſqu'on voudra faire des Ephemerides des configurations des Satellites d'une Planete, il ne ſera nullement néceſſaire de reſoudre immédiatement pour chaque jour les Problêmes I. II. & III. Il ſuffira de le faire ſeulement pour tous les 30. jours, ſi ces Ephemerides regar-

regardent les Satellites de Saturne, & pour tous les 15. jours si elles regardent ceux de Jupiter. Ensuite on trouvera facilement pour tous les autres jours, par le moyen de l'addition ou de la soustraction des parties proportionnelles, 1°. la distance de l'apogée du Satellite à son nœud ascendant avec l'orbite de sa Planete, & 2°. le rapport des deux diametres de son orbite apparente & elliptique ; en sorte que par là, la méthode que j'ai proposée, outre l'avantage d'être plus exacte que l'autre, ne sera gueres plus difficile ou plus longue dans la pratique.

XXIX. Ayant appliqué cette Theorie au quatrieme Satellite de Saturne, dont les observations rapportées dans les Mémoires de 1716. s'écartoient d'environ un degré des calculs tirés des Tables de Mr. *Cassini*, je trouvai que les calculs fondés sur la Theorie précédente s'éloignoient de ces mêmes observations jusques à 6. degrés, sans pouvoir attribuer de si grandes différences à autre chose qu'aux défauts des observations, ou à une inégalité réelle des mouvemens de ce Satellite : cette premiere cause de la différence entre les calculs fondés sur la Theorie & les observations ne me paroissant nullement vraisemblable, je fus obligé de reconnoître que non seulement ce quatrieme Satellite, mais encore les trois autres plus intérieurs, lesquels se meuvent dans un plan commun, & le même que celui de l'anneau, étoient sujets à des inégalités considérables dans leurs moyens mouvemens, à peu près proportionnelles à leurs tems périodiques, & dépendantes de la distance de Saturne au nœud ascendant de son anneau ; les Satellites se meuvant plus

plus vîte lorſque Saturne étoit proche des limites de ce même anneau, & plus lentement lorſqu'il étoit proche de ſes nœuds; D'où réſultoient des équations des moyens mouvemens de ces Satellites, à peu près proportionnelles à la réduction de leurs orbes, ſouſtractives dans les ſignes 0, 1, 2, 6, 7, & 8 de la diſtance de Saturne à ces nœuds, & additive dans les autres. La plus grande pour le quatrieme Satellite eſt d'environ 4° 15′.

XXX. Le cinquieme Satellite qui ſe meut dans un plan différent de l'anneau & des quatre précédens, n'eſt pas vraiſemblablement ſujet à cette inégalité; ce que je conjecture ſur ce que Mr. *Caſſini* dit, que les calculs tirés de ces Tables différent quelquesfois des obſervations de 6 à 7 degrés, ces différences venant ſans doute de ce qu'il n'a pas reduit au plan de l'Ecliptique les longitudes de ce Satellite calculées par ſes Tables. Si cette inégalité du mouvement des quatre premiers Satellites de Saturne eſt bien réelle, elle paroit mériter d'être examinée avec ſoin, & ſur un plus grand nombre d'obſervations que celles qui ſont rapportées dans les Mémoires cités; d'autant plus qu'elle eſt abſolument différente de celles que l'on a découvertes juſques à préſent dans le mouvement des Planetes, ſoit principales, ſoit ſecondaires; à moins que l'on ne ſoupçonne les Satellites de Jupiter ſujets à quelque inégalité ſemblable, mais beaucoup moindre, laquelle auroit peut-être empêché les Aſtronomes modernes de repréſenter par leurs Tables les obſervations de ces Satellites, ſur tout des plus extérieurs, auſſi exactement qu'ils l'auroient ſouhaité.

LOI DE L'ÉQUILIBRE DÉMONTRÉE,

AVEC LE PRINCIPE

DU LEVIER ET DU COIN.

I.

TAB. IV. *Fig.* 1. Des proprietes du Levier.

TRois poids donnés P, Q, R, & déterminés, ne feront en équilibre que quand les directions de P & de Q, FE & FD feront un angle déterminé F; dès que cet angle deviendra plus obtus, les poids P & Q l'emporteront sur le poids R, descendront & le feront monter. Le contraire arrivera si on tire la corde RF, & que l'angle F devienne plus aigu.

II.

Concevons donc à la pointe de l'angle F deux triangles infiniment petits, desquels FZ soit le côté commun; & concevons que les cordes FE & FD sont parvenues du point F au point Z, & que leurs longueurs ont été changées en EZ & DZ, au lieu qu'auparavant elles étoient EF, DF.

III.

Autant qu'elles se feront acourcies, autant les poids P & Q auront descendu, & les différences entre EF & EZ d'un côté, & la différence entre DF & DZ de l'autre, marqueront les vitesses des poids P & Q, & par

par conséquent leurs forces, en multipliant ces vitesses par leurs masses.

I V.

Pour avoir les différences, expressions de ces vitesses, du point E & du rayon EZ je décris le petit arc ZV; semblablement du point D & du rayon DZ je décris le petit arc ZT; alors FV & FT marqueront les différences des longueurs, & les forces s'exprimeront par P × VF, & par Q × TF; Enfin la vitesse de R s'exprimera par sa montée FZ, & sa force par R × FZ.

V.

Qu'on tire maintenant sur la direction de RF prolongée, les perpendiculaires EG & DH; à cause des arcs infiniment petits ZV & ZT confondus avec leurs tangentes, les angles V & T sont censés droits, & à cause de l'angle VFZ commun, les triangles rectangles VFZ & FEG seront équiangles, & semblables. J'en dis autant de FZT, & de FDH.

V I.

Par conséquent FV (vitesse de P) est à FT (vitesse de Q,) comme FG à FH; & ce que FV & FT expriment en petit, FG & FH l'expriment en grand.

V I I.

Enfin, comme dans les triangles FZV & FEG, la ligne FZ est analogue à l'hypotenuse EF, & que dans les triangles FZT & FHD la ligne FZ est encore ana-

 logue

logue avec l'hypotenuſe FD ; il s'enſuit que la viteſſe de R eſt à la viteſſe de P comme le ſinus total, au ſinus de l'angle E, & que la viteſſe de R eſt à la viteſſe de Q comme le ſinus total au ſinus de l'angle D, leſquels angles ſont les complémens des inclinaiſons des obliques FE FD avec les perpendiculaires.

VIII.

On doit convenir que R ne conſume pas toute ſa force contre P, car il ne lui en reſteroit aucune pour contrebalancer Q. Il faut donc néceſſairement concevoir en R deux parties M & N, dont M faſſe contrepoids avec P, & N contrepoids avec Q.

IX.

La viteſſe de M par rapport à P s'exprime par le rapport de EF à FG. $EF \times M$ ſera donc l'expreſſion de ſa force; & comme la force P qui s'exprime par $FG \times P$ devra être égale à $EF \times M$, il faudra que $M. P :: FG. EF.$ & cela aura lieu ſi M s'exprime par FG, & P par EF.

X.

Par un raiſonnement tout ſemblable, je prouverai que N doit s'exprimer par HF, & Q par FD.

XI.

Or $GB = HF$ à cauſe des triangles rectangles & des angles alternes HFD & FBE, & des côtés égaux FD & EB (dans le parallelogramme BEFD,) d'où il ſuit que $FG + HF = FB$; par conſéquent à $M + N$, juſte expreſſion de R, comme FE & FD ſont les juſtes expreſſions de P & de Q.

XII.

XII.

Ainsi $FG + GB$ est l'expression de R, & FE celle de P, FD enfin celle de Q en cas d'équilibre, parce que le poids $FG \times FE$ (son chemin) d'un côté $= P$ $(= FE) \times FG$, son chemin; & que d'un autre $GE \times FD$ (son chemin) $= Q (= FD) \times GB$ son chemin.

XIII.

L'équilibre est donc démontré par un principe simple & naturel, Physique autant que Geometrique, dégagé de la Question qui n'est pas tout-à-fait sans embarras, savoir, si les forces P & Q, exprimées par FE & FD, & tirans suivant ces directions, se bornent précisément à une impulsion exprimable au juste par FB.

XIV.

Lorsque pour le prouver je supposerai que les effets FI & FK se détruisent précisément pour ne laisser en action que les efforts IE & $KD = FG + GB = FB$, il faudroit avoir prouvé que ces deux efforts contraires IF & FK sont égaux, puisque cette égalité paroit nécessaire pour les faire évanouïr, suppositions d'égalité, qui, en une infinité de cas, paroit incompatible avec l'inégalité de ces directions FI & FK.

Mais ma démonstration en ce cas partagera la ligne FB en deux parties qui seront entr'elles comme 3 à 5, ce qui sera facile & clair en faisant 1°. $6 = \frac{24}{4}$. 2°. FH de $\frac{9}{4}$, & $HB = FG$ de $\frac{15}{4}$, & dès là j'aurai $Q (= 3)$

 $\times FH$

$\times FH\,(=\frac{9}{4})=\frac{27}{4}$, & de l'autre côté la partie N de R $=\frac{9}{4}$ multiplié par FD $=3$; son chemin donnera aussi pour produit $\frac{27}{4}$. Comme d'un autre côté P $(=5)$ $\times HB=\frac{15}{4}$, son chemin produira $\frac{75}{4}$. Et M seconde partie de R exprimé par HB (seconde partie de FB) $=\frac{15}{4}\times DB=FE=5$ (son chemin) donnera aussi pour produit, & pour expression de sa force $\frac{75}{4}$.

XV.

Quand encore, pour rendre raison de l'équilibre, par l'égalité des forces qui se contrebalancent, on multiplie P (exprimé par FE) par son chemin FE pour avoir FE^2. & Q (exprimé par FD) par son chemin FD pour avoir FD^2, & qu'enfin l'on multiplie R (exprimé par FB) par son chemin FB pour avoir FB^2, ne se trompe-t-on point, au moins me semble-t-il que je viens d'assigner par démonstration, que FB est l'expression juste des chemins de P & de Q, & non pas FE & FD, & qu'au contraire FE+FD sont les expressions des chemins de R, & non pas FB.

XVI.

Mais en mettant à part ce que je viens d'établir, pour prouver la vérité de ces expressions des vitesses, lorsque pour démontrer par un raisonnement contraire l'égalité des

des forces P & de Q d'un côté, avec R de l'autre, l'on prétend que $FE^2 + FD^2 = FB^2$, on pose un fait qui ne peut avoir lieu que dans le cas des angles E & D droits, auquel cas il s'en trouve une infinité d'opposés; par exemple, que BF soit de 6, FD de 3, DB de 5, alors $DB^2 + ED^2$ monteront à $25 \times 9 = 34$, & FB^2 se trouvera valoir 36.

PRINCIPE DU LEVIER.

XVII.

Le poids R exprimé justement par la diagonale FB pendant que P est exprimé également juste par le côté FE & Q, par le côté FD, le poids R, dis-je, dans un tel cas suffit pour tenir en repos l'un & l'autre des poids P & Q; de là je conclus qu'un Cylindre fixe en F, autour duquel la corde EFD fera un pli en F, aura tout l'effet du poids R: car le cylindre fixe, d'un côté, ne montera non plus que R ne montoit; & d'un autre, ne péseroit pas plus que R ne pesoit. Ainsi P & Q seront en équilibre, si leurs pesanteurs (ou premiers effets) sont entr'elles comme le côté FE est au côté FD.

XVIII.

Par la même raison, si le bout supérieur B de la corde repliée BFE est acroché & affermi en P comme FG (expression du chemin de P) est à EF (expression du chemin de R,) c'est-à dire, si les poids sont entr'eux comme le sinus du complement de l'angle d'inclinaison est au sinus total.

PRO-

PROPRIETE' DU COIN.

X I X.

Par le même principe dont je me ſuis ſervi, par la même méthode de raiſonnement, je démontrerai la force du coin.

X X.

Que le coin A B O (*fig.* 2.) ſoit parvenu en D, le bois ſe ſerre en I & K; & dans ces deux points ſe réüniſſent les efforts des parties du bois & leur reſiſtance à une plus grande dilatation.

X X I.

Sur I & K j'éléve les perpendiculaires qui ſe croiſent en C, parce que je ſuppoſe que le coin eſt autant avancé par rapport à ſon côté A D, que par rapport à ſon côté B D. Ainſi ces côtés étant égaux, D I = D K plus R D étant la direction du coin, le partage, & ADK = RDB: donc les triangles D I C & D L K ſont égaux, comme étant rectangle, & les angles A D R & R D B égaux, & I D, D K reſtent l'un & l'autre de côté égaux, A D & B D également avancés vers D, & par conſéquent D C eſt leur côté commun, & en C de ce côté D C ſe réüniſſent les côtés égaux I C K C.

X X I I.

Afin que le coin ſe trouve dans cette place, & que la reſiſtance du bois à ſe laiſſer élargir davantage en K & en

en T égale l'impreſſion qui ſe fait en R. Pour faire avancer le coin, il faut que ces deux forces conſiderées en elles-mêmes ſoient en raiſons reciproques des chemins qui ſe feroient, quand, d'un côté, le coin deſcendroit, & que de l'autre, I & K s'éloigneroient plus qu'ils ne font.

XXII.

Puiſqu'il s'agit d'équilibre, il convient de poſer les chemins de C de I & de K infiniment petits.

Que C deſcende & arrive en Z; que de ce point Z on tire les perpendiculaires Zy, & Zx ſur Ic & Kc, paralleles, par conſéquent à DI & DK; puiſque C eſt en Z les écarts ſeront égaux à ceux qui avoient eu lieu lorſque C étoit en C.

ZV & ZT ſeront devenus plus grands de l'excès de CI ſur ZV, & de CK ſur ZT, ſavoir Cy & Cx, puiſque IZ eſt un parallelogramme.

XXIII.

1°. Les angles y & x ſont droits, & CZ eſt une hypotenuſe.

2°. Zy perpendiculaire ſur Cy de même que DI qui lui eſt parallele.

Donc l'angle yzC = CDI: donc le triangle rectangle yzC eſt équiangle au triangle rectangle ADR, donc AD . AR :: CZ . Cy; Donc AD eſt la juſte expreſſion du chemin du coin, & AR celle de celui du bois.

XXIV.

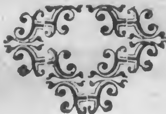
De même, de l'autre côté je prouverai que RB eſt une juſte expreſſion du chemin du bois, & BD une juſte expreſſion du chemin du coin.

XXV.

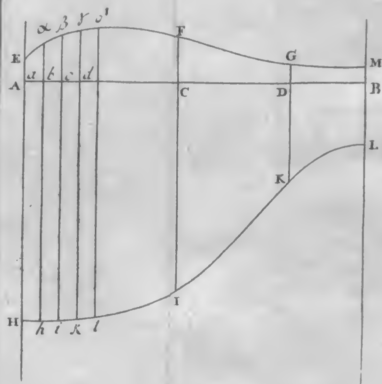
Donc le chemin du coin eſt au chemin du bois comme AD + BD eſt AR + RB : or AB + BD & AR + RB, ſont entr'elles comme leurs moitiés AD & AR, puiſque le coin eſt iſocelle.

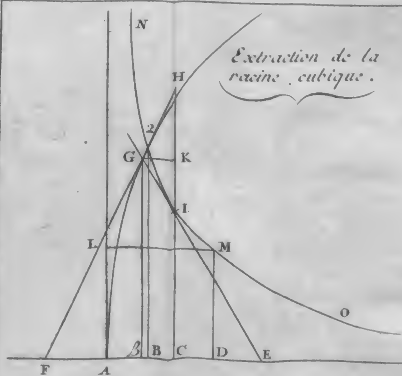
Donc AD marque le chemin du coin, & AR celui du bois.

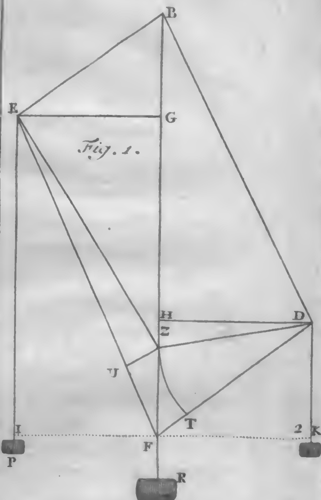
Donc il y aura équilibre, ſi l'impulſion du poids ou du choc appliqué ſur R eſt à la reſiſtance du bois, comme AR chemin du bois eſt à AD chemin du coin.

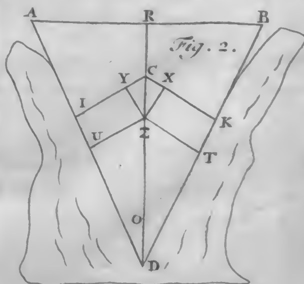


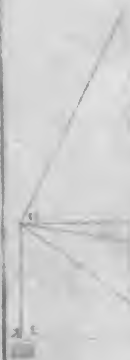
PRO-


Sur les probabilités de la vie humaine.
α β γ δ
E F G M
A a b c d C D B
L
K
I
H h i k l

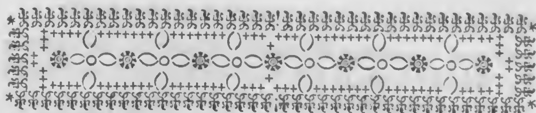

Extraction de la racine cubique.
N
H
2
G K
I
L M
O
F A β B C D E


Proprietés du levier & du coin demontrées.
B
E G
Fig. 1.
H D
Z
U
T
I 2 K
F
P
R


A R B
Fig. 2.
Y C X
I K
U Z
T
O
D







PROBLEME GEOMETRIQUE

Sur le nombre des perſonnes qui meurent dans chaque âge.

1. QUe la plus grande longueur ordinaire de la vie humaine ſoit repréſentée par la ligne AB (*Voy.* Tab. IV. la figure intitulée, *Probabilités ſur la longueur de la vie humaine*) dont les différentes parties AC, AD repréſentent la longueur des différens âges.

2. Soyent relativement à cette ligne AB, conſiderée comme axe, décrites deux courbes EFGM, & HIKL,

3. dont la premiere EFGM ſoit telle, que les eſpaces ou aires, EACFE, EADGE, EABME ſoyent proportionels aux nombres d'hommes qui meurent dans le même lieu, pendant l'intervale d'une année, depuis l'âge d'un jour juſques à ceux qui ſont repréſentés par les lignes AC, AD, AB &c.

4. Que la ſeconde courbe HIKL ſoit telle que les eſpaces AHICA, AHKDA, AHLBA, ſoyent proportionnels aux nombres d'hommes tous vivans en même tems dans le même lieu, depuis l'âge d'un jour juſques aux âges repréſentés par les lignes AC, AD, AB &c.

5. Soyent priſes ſur la ligne AB les portions égales A*a*, *ab*, *bc*, *cd*, &c. qui ſoient à la ligne entiere AB comme l'intervale d'une année, pendant laquelle on ſup-

pose que le nombre d'hommes représenté par l'espace EABME est mort, à la durée entiere de la vie humaine, supposée, par exemple, de 80. ans.

6. Suivant ce qui a été dit (*Art. IV.*) l'espace Aa bHA représentera le nombre d'enfans vivans dans le même lieu, au même moment, depuis l'âge d'un jour jusques à celui d'un an, si l'on ajoute à ce nombre celui des enfans du même âge qui meurent dans l'intervale d'une année, lequel est représenté par l'espace EαaAE, on aura l'espace EH$b\alpha$E proportionnel au nombre de tous les enfans, depuis l'âge d'un jour à celui d'un an, qui ont vécu & existé dans le même lieu, pendant l'intervale d'une année.

7. Or ce nombre d'enfans est égal au nombre total des morts de tout âge, qui meurent dans l'intervale d'une année, c'est-à-dire, que EH$b\alpha$E $=$ EABME, & AHbaA $=$ αaBMα.

8. Au bout d'une année, l'âge de ces enfans sera augmenté d'autant, & leur nombre diminué de celui des morts, qui, chaque année meurent depuis l'âge d'un an à celui de deux; leur âge sera donc celui des enfans dont l'on suppose, dans la figure, que l'espace $ahi\beta a$ représente le nombre de vivans, & l'espace $\alpha ab\beta\alpha$ le nombre des morts; d'où il suit, que $ahiba =$ AHbaA $- \alpha ab\beta\alpha = \alpha aBM\alpha - \alpha ab\beta\alpha = bBM\beta$.

9. On prouvera de même que l'espace biK$cb = \gamma c$BMγ, & l'espace cK$ldc = \delta d$BMδ &c.

10. Soient donc nommées BD, ou BC, ou Bd, Bc (x) GD, ou FC, ou $d\delta$, (y) & DK, ou CI, ou dl &c. (u), on aura $udx = \int ydx$ & $dudx = ydx$, ou

du

$du = y$, ce qui sera l'équation differentielle de la courbe HIKL à l'égard de la courbe EFGM; de sorte que celle-ci étant donnée, l'autre le sera aussi, & par conséquent encore, le rapport du nombre des habitans vivans au même moment dans le même lieu, à celui des habitans qui y meurent dans l'intervale d'une année.

11. Supposé, par exemple, qu'il meure toutes les années un égal nombre de personnes de chaque âge, la ligne EFGM deviendra une droite parallele à AB, & supposant $AE = 1$, l'espace EABME sera $= 80$; & par conséquent l'espace $EHhaE =$ aussi à 80, & la ligne Aa étant $= 1 = AE$, il faudra que EH vaille 80, & AH 79: mais puisque dans ce cas y est constante, du le sera aussi; & partant la ligne HIKL sera aussi une ligne droite, passant par les points H & B, de façon que l'espace AHLBA deviendra un triangle, dont la base étant égale à celle de l'espace rectangulaire EABME, & la hauteur HA 79 fois plus grande que celle AE de ce dernier espace, la surface de ce triangle sera environ 40 fois plus grande que celle de cet espace, ou le nombre des habitans vivans 40 fois plus grand que celui de ceux qui meurent dans l'intervale d'une année.

12. Supposant maintenant que le nombre annuel des mourans de chaque âge, au lieu d'être égal, diminue en progression arithmetique, à commencer depuis l'enfance, la ligne EFGM sera encore une ligne droite, qui passera par les points E & B; son équation sera (en supposant toujours $EA = 1$ & $AB = 80$) $y = \frac{x}{80} = du$;

L'espace EABEA $= 40, = \frac{xx}{160}$.

 Puisque

Puisque $du = \frac{x}{80}$, ou plûtôt $= \frac{x\,dx}{80}$, on aura $u = \frac{xx}{160}$, & $u\,dx = \frac{xx\,dx}{160}$, & $\int u\,dx$ ou l'espace AHLBA $= \frac{x^3}{480}$, & par conséquent AHLBBA : EABEA, ou le nombre des vivans aux morts $:: \frac{x^3}{480} : \frac{xx}{160} :: \frac{x}{9} : 1 :: 27 : 1$.

13. Mais la ligne EFGM n'est pas une ligne droite ; & entre ces deux cas extrêmes que l'on vient d'examiner, il y a une infinité de moyens dans lesquels la ligne EFGM est toujours une ligne courbe, & dont la nature ne peut être connue que par l'expérience.

14. Elles s'accordent toutes à donner pour la ligne EFGM une courbe à un maximum & à un minimum, sans compter ses deux extrémités E & M, qui, relativement à ses autres points, sont des especes de maximum & minimum.

Voici, à peu près, quelles sont les dimensions ordinaires de cette courbe. Ayant toujours supposé EA $= 1$, & AB $= 80$, ou si l'on veut $=$ aussi à 1, on trouve par le plus grand nombre des expériences, que AD étant $= \frac{1}{2}$ DG sera $= \frac{2}{7}$, & AC $= \frac{1}{4}$ FC $=$ BM $= \frac{2 \times 2}{7 \times 7} = \frac{4}{49}$. L'équation de la courbe EFGM sera donc en nommant toujours BD ou BC x, & DG ou CF y ; $y = \frac{4}{49}$ ou $\frac{1}{12} + lx - mxx + nx^3$, ce qui donne $\frac{4}{49}$ +

$+\frac{l}{2}-\frac{m}{4}+\frac{n}{8}=\frac{2}{7}$, ou $2+12l-m+3n=\frac{48}{7}$ $=7$ & $\frac{1}{12}+\frac{3l}{4}-\frac{9m}{16}+\frac{27n}{64}=\frac{1}{12}$, ou $48l-36m$ $+27n=0$, ou $16l-12m+9n=0$; & enfin $\frac{1}{12}$ $+l-m+n=1$, d'où l'on tirera enfin $l=\frac{255}{49}$ ou $5\frac{1}{5}$, $m=\frac{730}{49}=15-\frac{1}{10}$, $n=\frac{520}{49}$, ou $10\frac{3}{5}$, & $y=\frac{4}{49}+\frac{255}{49}x-\frac{730}{49}xx+\frac{520}{49}x^3$, ou $=\frac{1}{49}\times 4+$ $255x-730xx+520x^3$, & $\int y\,dx=\frac{1}{49}\times 4+\frac{255}{2}-$ $\frac{730}{3}+\frac{520}{4}=\frac{109}{294}$, ou $\frac{10}{27}$, & $\int u\,dx=\frac{1}{49}\times 2+\frac{255}{6}$ $-\frac{730}{12}+\frac{520}{20}=\frac{1}{49}\times\frac{29}{3}=\frac{29}{147}$; Donc $\int y\,dx:\int u\,dx$ ou l'Aire EABME: Aire AHLBA, ou nombre des mourants à celui des morts $::\frac{10}{27}:80\times\frac{29}{147}::\frac{1}{9}:8$ $\times\frac{29}{49}::49:8\times9\times29::49:2088::1:42\frac{3}{5}$.

RESO-

RESOLUTION GEOMETRIQUE

DE LA

RACINE CUBIQUE.

Voyez Tab. IV. la figure intitulée *Extraction de la Racine cubique.*

SOit l'unité repréſentée par la ligne $AD = AL$. & parametre de l'hyperbole équilatere NMO, & a un nombre quelquonque repréſenté par le parametre de la Parabole AH, Q le point d'interſection de ces deux courbes, & l'ordonnée QB; je dis que $QB = \sqrt[3]{a}$: car à cauſe des proprietés de l'hyperbole $AB = \frac{\overline{AD}^2}{QB} = \frac{1}{QB}$, & à cauſe de celles de la Parabole $AB = \frac{\overline{QB}^2}{a}$ Donc $\frac{\overline{QB}^2}{a} = \frac{1}{QB}$ & $\overline{QB}^3 = a$, & $QB = \sqrt[3]{a}$.

Soit cette $\sqrt[3]{a}$ priſe ſeulement par approximation & ſuppoſée $= HC$ ordonnée de la Parabole, & qu'on propoſe de la trouver plus exactement; on aura, à cauſe des proprietés de la Parabole $AC = \frac{\overline{HC}^2}{a}$, & ayant mené la tangente FH, $FC = 2 \times \frac{\overline{HC}^2}{a}$, & à cauſe des proprietés de l'hyperbole $IC = \frac{\overline{AD}^2}{AC} = \frac{1}{AC} = \frac{a}{\overline{HC}^2}$, & ayant mené la tangente IE, CE ſera par les mêmes proprieté $= AC = \frac{\overline{HC}^2}{a}$.

Ayant

Ayant tiré par le point G d'interſection des deux tangentes la perpendiculaire $G\beta$, on aura, à cauſe des angles droits, $KG\beta$, $F\beta G$, $E\beta G$, HKG, IKG; on aura, dis-je, $FG\beta = GE\beta = GIK = HGK$ & $FGB = GE\beta = IGK = GHK$, & partant les deux triangles $FG\beta$ & βGE ſemblables à GIK & GHK; & partant $FE = 3AC : \beta E$ (ou $AC + \beta C$) :: HI ou $HC - IC : HK$, lequel ôté de HC, donnera très approchamment la valeur de QB preſque $= KC$ ou $G\beta$; βC ſe trouve en faiſant $FE : G\beta$ ($= KC$ $\frac{2}{3}HC + \frac{1}{3}IC$) :: $HI : GK$.



TABLES

DES

MOMENS DE L'EQUINOXE

MOYEN,

ET DE LA

NOUVELLE LUNE MOYENNE

EQUINOCTIALE.

AVERTISSEMENT
SUR
CES TABLES.

CEs Tables ont été calculées après la mort de l'Auteur, ſuivant les Principes expoſés dans ſa diſſertation ſur le Cycle, à laquelle nous renvoyons le Lecteur, à la *page* 77. en particulier. Pour avoir les Tables complettes, il auroit fallu les calculer pour 260. ans, mais on s'eſt plûtôt propoſé d'en donner un échantillon, que de les donner en entier.

TABLE DES EQUINOXES MOYENS ET DES NOUV. LUNES MOYENN.

Moments de l'Equinoxe.		*Moments de la*		*N. L. moyen*	*Prem. Quadr.*	*Pleine Lune.*	*Dern. Quadr.*
Mois de Mars	H. Min. S.	Mois	Jours H. Min. S.	ANNE'ES DU CYCLE.			
22	12. 11. 05.	Mars	22 12. 05. 32.	1	261	521	781
22	18. 00. 00.	M.	11 08. 54. 08.	2	262	522	782
22	23. 48. 55.	M.	30 06. 26. 50.	3	263	323	783
22	05. 37. 51.	M.	18 20. 15. 27.	4	264	524	784
22	11. 26. 46.	M.	08 0. 04 04.	5	265	525	785
22	17. 15. 41.	M.	27 21. 36. 46.	6	266	526	786
22	23. 04. 36.	M.	16 06. 25. 21.	7	267	527	787
22	04. 53. 33	Avril	04 03. 58. 05.	8	268	528	788
22	10. 42. 27.	Mars	23 12. 46. 40.	9	269	529	789
22	16. 31. 19.	M.	12 21. 35. 17.	10	270	530	790
22	22. 20. 19.	M.	31 07. 07. 59.	11	270	531	791
22	04. 09. 15.	M.	20 15. 56. 33.	12	271	532	792
22	09. 58. 10.	M.	10 00 45. 13.	13	272	533	793
22	15. 45. 25.	M.	28 22. 17. 55.	14	273	534	794
22	21. 36. 00	M.	18 07. 06. 32.	15	274	535	795
22	03. 25. 41.	Avril	05 04. 39. 12.	16	275	536	796
22	09. 13. 51.	Mars	25 13. 27. 50.	17	276	537	797
22	15. 02. 46.	M.	14 22. 16. 26	18	277	538	798
22	20. 51. 42.	Avril	02 19. 49. 08.	19	278	539	799
22	02. 40. 37.	Mars	22 04. 37. 45.	20	279	540	800
22	08. 29. 33.	Avril	11 02. 10. 26.	21	280	540	801
22	14. 18. 28.	Mars	30 10. 59. 03.	22	281	542	802
22	20. 07. 23.	M.	19 19. 47. 40.	23	282	543	803
22	01. 56. 19.	M.	08 04. 36. 18.	24	283	544	804
22	07. 45. 14.	M.	27 02. 08. 58	25	284	545	805
22	13. 34. 10.	M.	16 10. 57. 33.	26	285	547	806
22	19. 23. 05.	Avril	04 08. 30. 21.	27	286	548	807
22	01. 12. 00.	Mars	23 17. 18. 53.	28	287	549	808
22	07. 00. 56.	M.	13 02. 07. 31.	29	288	550	809

TABLE DES EQUINOXES MOYENS
ET DES NOUV. LUNES MOYENN.

Moments de l'Equinoxe.				*Moments de la*					*N. L. moyen.*	*Prem. Quadr.*	*Plein. Lune.*	*Dern. Quadr.*
Mois de Mars	H.	Min.	S.	Mois	Jours	H.	Min.	S.	ANNE'ES DU CYCLE.			
22	12.	49.	51.	Mars	31	23.	40.	11.	30	289	550	810
22	18.	38.	47.	M.	21	08.	28.	11.	31	290	551	811
22	00.	27.	42.	M.	09	17.	17.	26.	32	292	552	812
22	06.	16.	37.	M.	28	14.	50.	07.	33	293	553	813
22	12.	05.	33.	M.	17	23.	38.	44.	34	294	554	814
22	17.	54.	28.	Avril	05	21.	11.	25.	35	295	555	818
21	23.	43.	24.	Mars	25	06.	00.	03.	36	296	556	816
22	05.	32.	19.	M.	14	14.	48.	40.	37	297	557	817
22	11.	21.	14.	Avril	02	12.	21.	20.	38	298	558	818
22	17.	10.	09.	Mars	22	21.	09.	57.	39	299	559	819
21	22.	59.	05.	M.	11	05.	58.	34.	40	300	560	820
22	04.	48.	00.	M.	30	03.	31.	15.	41	301	561	821
22	10.	36.	56.	M.	18	12.	19.	53.	42	302	562	822
22	16.	28.	51.	M.	08	21.	08.	19.	43	303	563	823
21	22.	14.	45.	M.	26	18.	41.	09.	44	304	564	824
22	04.	03.	42.	M.	16	03.	29.	48.	45	305	565	825
22	09.	52.	37.	Avril	04	00.	02.	28.	46	306	566	826
22	15.	41.	33.	Mars	24	09.	51.	05.	47	307	567	827
21	21.	30.	28.	M.	12	18.	39.	43.	48	306	568	828
22	03.	19.	24.	M.	31	16.	12.	24.	49	309	569	829
22	09.	08.	19.	M.	21	01.	01.	01.	50	310	580	830
22	14.	57.	14.	M.	10	09.	49.	38.	51	311	571	831
21	20.	46.	09.	M.	28	07.	22.	19.	52	312	572	832
22	02.	35.	05.	M.	17	16.	10.	57.	53	513	573	833
22	08.	24.	00.	Avril	05	13.	43.	37.	54	314	574	834
22	14.	12.	56.	Mars	25	22.	32.	14.	55	315	575	835
21	20.	01.	51.	M.	14	07.	20.	51.	56	316	576	836
22	01.	50.	45.	Avril	02	04.	54	32.	57	317	577	837
22	07.	39.	42.	Mars	22	13.	42.	10.	58	318	578	838

TABLE DES EQUINOXES MOYENS
ET DES NOUV. LUNES MOYENN.

Moments de l'Equinoxe.		*Moments de la*		*N. L. noyen*	*Prem. Quadr.*	*Plem. Lune.*	*Dern. Quadr.*
Mois de Mars	H. Min. S.	Mois	Jours H. Min. S.	ANNE'ES DU CYCLE.			
22	13. 28. 37.	Mars	12 22. 30. 47.	59	319	579	839
21	19. 17. 33.	M.	29 20. 03. 28.	60	320	580	840
22	01. 06. 28	M.	19 04. 52. 05.	61	321	581	841
22	06. 55. 24.	M.	08 13. 40. 42.	62	322	582	842
22	12. 44. 19.	M.	27 11. 13. 24.	63	323	583	843
21	18. 33. 14.	M.	15 20. 02. 02.	64	324	584	844
22	00. 22. 09.	Avril	03 17. 34. 41.	65	325	585	845
22	06. 11. 05.	Mars	25 02. 23. 19.	66	326	586	846
22	12. 00. 00.	M.	13 11. 11. 55.	67	327	587	847
21	17. 48. 56.	M.	31 08. 44. 36.	68	328	588	848
21	23. 37. 51.	M.	20 17. 33. 13.	69	329	589	849
22	05. 26. 47.	M.	10 02. 21. 50.	70	330	590	850
22	11. 15. 42.	M.	29 23. 54. 31.	71	331	591	851
21	17. 04. 37.	M.	17 08. 43. 08.	72	332	592	852
21	22. 53. 33.	Avril	05 06. 15. 50.	73	333	593	853
22	04. 42. 28.	Mars	26 15. 04. 26.	74	334	594	854
22	10. 31. 24.	M.	14 23. 53. 05.	75	334	595	855
21	16. 20. 19.	Avril	01 21. 25. 45.	76	336	596	856
21	22. 09. 14.	Mars	22 06. 14. 22.	77	337	597	857
22	03. 58. 09.	M.	10 15. 02. 59.	78	338	598	858
22	09. 47. 05.	M.	50 12. 35. 40.	79	339	599	859
21	15. 36. 00.	M.	18 21. 24. 16.	80	340	600	860
21	21. 24. 56.	M.	09 06. 12. 55.	81	341	601	861
22	03. 13. 51.	M.	26 03. 45. 55.	82	342	602	862
22	09. 02. 47.	M.	14 12. 34. 13.	83	343	603	863
21	14. 51. 42.	Avril	03 10. 06. 53.	84	344	604	864
21	20. 40. 37.	Mars	23 18. 55. 30.	85	345	605	865
22	02. 29. 33.	M.	13 03. 44. 07.	86	346	606	866
22	08. 18. 28.	Avril	01 01. 16. 48.	87	347	607	867

TABLE DES EQUINOXES MOYENS ET DES NOUV. LUNES MOYENN.

Moments de l'Equinoxe.				Moments de la					moyen. N. L.	Quadr. Prem.	Pleine Lune.	Dern. Quadr.
Mois de Mars	H.	Min.	S.	Mois	Jours	H.	Min.	S.	Anne'es du Cycle.			
21	14.	07.	24.	Mars	20	10.	05.	36.	88	348	608	868
21	19.	56.	19.	M.	09	18.	54.	03.	89	349	609	869
22	01.	45.	14.	M.	28	16.	26.	43.	90	350	610	870
22	07.	34.	09.	M.	18	01.	15.	20.	91	351	611	871
21	13.	23.	05.	Avril	04	22.	48.	01.	92	352	612	872
21	19.	12.	00.	Mars	25	07.	36.	38.	93	353	613	873
22	01.	00.	56.	M.	14	16.	25.	16.	94	354	614	874
22	06.	49.	51.	Avril	02	13.	57.	56.	95	355	615	875
21	12.	38.	47.	Mars	21	22.	46.	30.	96	356	616	876
21	18.	27.	42.	M.	11	08.	35.	11.	97	357	617	877
22	00.	16.	37.	M.	30	05.	07.	51.	98	358	618	878
22	06.	05.	33.	M.	19	13.	56.	28.	99	359	619	879
21	11.	54.	28.	M.	08	22.	45.	05.	100	360	620	880
21	17.	43.	24.	M.	26	20.	17.	47.	101	361	621	881
22	23.	32.	19.	M.	17	05.	06.	24.	102	362	622	882
22	05.	21.	14.	Avril	04	02.	39.	04.	103	363	623	883
21	11.	10.	09.	Mars	23	11.	27.	41.	104	364	624	884
21	16.	59.	05.	M.	12	20.	16.	20.	105	365	625	885
22	22.	48.	00.	Avril	1	17.	49.	00.	106	366	626	886
22	04.	36.	56.	Mars	21	02.	37.	38.	107	367	627	887
21	10.	25.	51.	M.	09	11.	26.	15.	108	368	628	888
21	16.	14.	46.	M.	28	08.	58.	55.	109	369	629	889
22	22.	03.	41.	M.	18	17.	47.	32.	110	370	630	890
22	03.	52.	36.	Avril	05	15.	20.	12.	111	371	631	891
21	09.	41.	31.	Mars	25	00.	08.	49.	112	372	632	892
21	15.	30.	26.	M.	14	08.	57.	24.	113	373	633	893
22	21.	19.	21.	Avril	04	06.	30.	06.	114	374	634	894
22	03.	08.	16.	Mars	23	15.	18.	44.	115	375	635	895
21	08.	57.	13.	M.	09	08.	49.	51.	116	376	636	896

TABLES

DU

SOLEIL.

NB. Ces Tables ont été calculées après la mort de l'Auteur, d'après les Principes que l'on trouve dans les *pages* 26. & 44. Note *b* des Remarques Aftronomiques fur DANIEL.

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGE'E.

Années Juliennes.	*Moyens mouvemens du Soleil.*				*Moyens mouvemens de l'Apogée.*			
1	11	29	45	40	00	00	01	00
2	11	29	31	20	00	00	02	01
3	11	29	17	00	00	00	03	02
B. 4	00	00	01	48	00	00	04	03
5	11	29	47	28	00	00	05	03
6	11	29	33	09	00	00	06	04
7	11	29	18	49	00	00	07	05
B. 8	00	00	03	37	00	00	08	06
9	11	29	49	17	00	00	09	07
10	11	29	34	59	00	00	10	07
11	11	29	20	39	00	00	11	08
B. 12	00	00	05	27	00	00	12	08
13	11	29	51	07	00	00	13	09
14	11	29	36	47	00	00	14	10
15	11	29	22	28	00	00	15	11
B. 16	00	00	07	16	00	00	16	11
17	11	29	52	56	00	00	17	12
18	11	29	38	36	00	00	18	12
19	11	29	24	16	00	00	19	13
B. 20	00	00	09	05	00	00	20	14
21	11	29	54	46	00	00	21	15
22	11	29	40	26	00	00	22	16
23	11	29	26	06	00	00	23	16
B. 24	00	00	10	55	00	00	24	17

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGE'E.

Années Juliennes.	*Moyens mouvemens du Soleil.*				*Moyens mouvemens de l'Apogée.*			
25	11	29	56	35	00	00	25	18
26	11	29	42	15	00	00	26	19
27	11	29	27	55	00	00	27	19
B. 28	00	00	12	44	00	00	28	20
29	11	29	58	24	00	00	29	20
30	11	29	44	05	00	00	30	21
31	11	29	29	45	00	00	31	21
B. 32	00	00	14	33	00	00	32	22
33	00	00	00	13	00	00	33	23
34	11	29	45	53	00	00	34	23
35	11	29	31	33	00	00	35	24
B. 36	00	00	16	22	00	00	36	25
37	00	00	02	12	00	00	37	26
38	11	29	47	42	00	00	38	26
39	11	29	33	22	00	00	39	27
B. 40	00	00	18	12	00	00	40	28
41	00	00	03	52	00	00	41	29
42	11	29	49	32	00	00	42	29
43	11	29	35	12	00	00	43	31
B. 44	00	00	20	00	00	00	44	31
45	00	00	05	40	00	00	45	32
46	11	29	51	20	00	00	46	33
47	11	29	37	00	00	00	47	34
B. 48	00	00	21	48	00	00	48	34

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGE'E.

Années Juliennes.	*Moyens mouvemens du Soleil.*				*Moyens mouvemens de l'Apogée.*			
49	00	00	07	28	00	00	49	35
50	11	29	53	09	00	00	50	36
51	11	29	38	49	00	00	51	37
B. 52	00	00	23	37	00	00	52	37
53	00	00	09	10	00	00	53	38
54	11	29	54	59	00	00	54	39
55	11	29	40	39	00	00	55	39
B. 56	00	00	11	24	00	00	56	40
57	11	29	57	07	00	00	57	41
58	11	29	42	40	00	00	58	42
59	00	00	12	58	00	00	59	42
B. 60	00	00	27	18	00	01	00	43
61	00	00	12	58	00	01	01	44
62	11	29	58	38	00	01	02	44
63	11	29	44	18	00	01	03	45
B. 64	00	00	29	06	00	01	04	45
65	00	00	14	46	00	01	05	46
66	00	00	00	27	00	01	06	47
67	11	29	46	07	00	01	07	47
B. 68	00	00	30	55	00	01	08	48
69	00	00	16	35	00	01	09	48
70	00	00	02	17	00	01	10	49
71	11	29	47	57	00	01	11	46
B. 72	00	00	32	45	00	01	12	51

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGE'E.

Années Juliennes.	*Moyens mouvemens du Soleil.*				*Moyens mouvemens de l'Apogée.*			
73	00	00	18	25	00	01	13	52
74	00	00	04	05	00	01	14	54
75	11	29	49	46	00	01	15	55
B. 76	00	00	34	34	00	01	16	56
77	00	00	20	14	00	01	17	57
78	00	00	05	54	00	01	18	57
79	11	29	51	34	00	01	19	58
B. 80	00	00	36	24	00	01	20	58
81	00	00	22	04	00	01	21	59
82	00	00	07	44	00	01	22	59
83	11	29	53	24	00	01	24	00
B. 84	00	00	38	12	00	01	25	00
85	00	00	23	52	00	01	26	01
86	00	00	09	33	00	01	27	02
87	11	29	55	13	00	01	28	03
B. 88	00	00	40	10	00	01	29	04
89	00	00	25	41	00	01	30	04
90	00	00	11	23	00	01	31	05
91	11	29	56	53	00	01	32	05
B. 92	00	00	41	51	00	01	33	06
93	00	00	27	31	00	01	34	07
94	00	00	13	11	00	01	35	07
95	11	29	58	52	00	01	36	08
B. 96	00	00	43	40	00	01	37	09

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGE'E.

Années Juliennes.	*Moyens mouvemens du Soleil.*				*Moyens mouvemens de l'Apogée.*			
97	00	00	29	20	00	01	38	09
98	00	00	15	00	00	01	39	10
99	00	00	02	30	00	01	40	11
B. 100	00	00	45	30	00	01	41	12
B. 200	00	01	31	00	00	03	22	21
B. 400	00	03	02	00	00	06	44	48
B. 600	00	04	33	00	00	10	07	12
B. 800	00	06	04	00	00	13	29	36
B. 1000	00	07	34	54	00	16	50	14
B. 2000	00	15	09	49	01	03	43	48
B. 3000	00	22	44	43	01	20	36	04
B. 4000	01	00	19	38	02	07	26	34
B. 5000	01	07	54	33	02	24	18	36
B. 6000	01	15	29	29	03	11	12	12

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGÉE.

Années Juliennes.	*Longitudes moyennes du Soleil.*				*Longitudes moyennes de l'Apogée.*			
1700	9	10	07	19	3	07	50	20
1701	9	09	52	59	3	07	51	20
1702	9	09	38	39	3	07	51	21
1703	9	09	24	19	3	07	53	22
B. 1704	9	10	09	07	3	07	54	22
1705	9	09	54	47	3	07	55	23
1706	9	09	40	27	3	07	56	24
1707	9	09	26	07	3	07	57	25
B. 1708	9	10	10	56	3	07	58	26
1709	9	09	56	36	3	07	59	26
1710	9	09	42	19	3	08	00	27
1711	9	09	27	58	3	08	01	27
B. 1712	9	10	12	46	3	08	02	28
1713	9	09	58	26	3	08	03	28
1714	9	09	44	06	3	08	04	29
1715	9	09	29	46	3	08	05	30
B. 1716	9	10	14	35	3	08	06	30
1717	9	10	00	15	3	08	07	31
1718	9	09	45	55	3	08	08	31
1719	9	09	31	35	3	08	09	32
B. 1720	9	10	16	24	3	08	10	33
1721	9	10	02	05	3	08	11	34
1722	9	09	47	45	3	08	12	34
1723	9	09	33	25	3	08	13	36
B. 1724	9	10	18	14	3	08	14	37

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGE'E.

Années Juliennes.	*Longitudes moyennes du Soleil.*				*Longitudes moyennes de l'Apogée.*			
1725	9	10	03	54	3	08	15	37
1726	9	09	49	34	3	08	16	38
1727	9	09	27	14	3	08	17	39
B. 1728	9	10	20	03	3	08	18	39
1729	9	10	05	43	3	08	19	40
1730	9	09	51	24	3	08	20	40
1731	9	09	37	04	3	08	21	41
B. 1732	9	10	21	52	3	08	22	41
1723	9	10	07	32	3	08	23	42
1734	9	09	53	12	3	08	24	43
1735	9	09	38	53	3	08	25	43
B. 1736	9	10	23	41	3	08	26	44
1737	9	10	09	21	3	08	27	45
1738	9	09	55	01	3	08	28	46
1739	9	09	40	41	3	08	29	47
B. 1740	9	10	25	31	3	08	30	48
1741	9	10	11	11	3	08	31	49
1742	9	09	56	51	3	08	32	49
1743	9	09	42	31	3	08	33	50
B. 1744	9	10	27	19	3	08	34	51
1745	9	10	13	00	3	08	35	52
1746	9	09	58	40	3	08	36	53
1747	9	09	44	20	3	08	37	54
B. 1748	9	10	29	08	3	08	38	54

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGE'E.

Années Juliennes.	*Longitudes moyennes du Soleil.*				*Longitudes moyennes de l'Apogée.*			
1749	9	10	14	48	3	08	39	55
1750	9	10	00	30	3	08	04	56
1751	9	09	46	10	3	08	41	57
B. 1752	9	10	30	58	3	08	42	57
1753	9	10	16	38	3	08	43	58
1754	9	10	02	18	3	08	44	59
1755	9	09	47	59	3	08	45	59
B. 1756	9	10	32	47	3	08	47	00
1757	9	10	18	27	3	08	48	01
1758	9	10	04	07	3	08	49	02
1759	9	09	49	47	3	08	50	02
B. 1760	9	10	34	36	3	08	51	03
1761	9	10	20	17	3	08	52	04
1762	9	10	05	57	3	08	53	04
1763	9	09	51	37	3	08	54	05
B. 1764	9	10	36	25	3	08	55	05
1765	9	10	22	05	3	08	56	06
1766	9	10	07	46	3	08	57	07
1767	9	09	53	26	3	08	58	07
B. 1768	9	10	38	14	3	08	59	08
1769	9	10	23	54	3	09	00	08
1770	9	10	09	36	3	09	01	09
1771	9	09	55	16	3	09	02	10
B. 1772	9	10	40	04	3	09	03	11

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGE'E.

Années Juliennes.	*Longitudes moyennes du Soleil.*				*Longitudes moyennes de l'Apogée.*			
1773	9	10	25	44	3	09	04	12
1774	9	10	11	24	3	09	05	14
1775	9	09	57	05	3	09	06	15
B. 1776	9	10	41	53	3	09	07	16
1777	9	19	37	33	3	09	08	17
1778	9	10	13	13	3	09	09	17
1779	9	09	58	53	3	09	10	08
B. 1780	9	10	43	43	3	09	11	18
1781	9	10	29	23	3	09	12	19
1782	9	10	15	03	3	09	13	19
1783	9	10	00	43	3	09	14	20
B. 1784	9.	10	45	31	3	09	15	20
1785	9	10	31	11	3	09	16	21
1786	9	10	16	52	3	09	17	22
1787	9	10	02	32	3	09	18	23
B. 1788	9	10	48	20	3	09	19	24
1789	9	10	33	00	3	09	20	24
1790	9	10	18	42	3	09	21	25
1791	9	10	04	12	3	09	22	25
B. 1792	9	10	49	10	3	08	23	26
1793	9	10	34	50	3	09	24	27
1794	9	10	20	30	3	09	25	27
1795	9	10	06	11	3	09	26	28
B. 1796	9	10	50	59	3	09	27	29

TABLE DU SOLEIL ET DE SON APOGE'E.

Années Juliennes.	*Longitudes moyennes du Soleil.*				*Longitudes moyennes de l'Apogée.*			
1797	9	10	36	39	3	09	27	29
1798	9	10	22	19	3	09	29	30
1799	9	10	09	49	3	09	30	31
1800	9	09	53	41	3	09	31	32

L'Auteur avoit auſſi trouvé la Parallaxe du Soleil de 16″ ½. Il avoit démontré qu'elle devoit être de cette quantité dans une Diſſertation particuliere qui s'eſt perdue.

TABLES

DE

LA LUNE.

NB. Les Tables ſuivantes ont été calculées après la mort de l'Auteur : celles de la Lune ſur les Principes expoſés dans les Remarques Aſtronomiques ſur DANIEL ; celles de l'Apogée & du Nœud ſur les déterminations démontrées dans deux Diſſertations particulieres qu'on a perdu, & dont il n'eſt reſté que le réſultat.

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGE'E.

	Moyens mouvemens de la Lune.				*Moyens mouvemens de l'Apogée.*				*Moyens mouvement du Nœud.*			
Années	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.
1	4	09	23	03	1	10	39	53	00	19	19	43
2	8	18	46	06	2	21	19	48	01	08	39	26
3	0	28	09	09	4	01	59	41	01	27	59	10
B. 4	5	20	42	48	5	12	46	17	02	17	22	04
5	10	00	05	50	6	23	26	11	08	06	41	46
6	2	09	28	54	8	04	06	05	03	26	01	30
7	18	18	51	57	9	14	45	59	04	15	21	12
B. 8	11	11	25	35	10	25	32	34	05	04	44	06
9	3	20	48	38	0	06	12	28	05	24	03	49
10	8	00	11	41	1	16	52	23	06	13	23	31
11	0	09	34	43	2	27	32	11	07	02	43	14
B. 12	5	02	08	22	4	08	18	53	07	22	06	08
13	9	11	31	24	5	18	58	46	08	11	25	51
14	1	20	54	28	6	29	28	41	09	00	45	34
15	6	00	17	30	8	10	18	34	09	20	05	16
B. 16	10	22	51	09	9	21	05	10	19	09	28	10
17	03	02	14	12	11	01	45	05	10	28	47	53
18	07	11	37	15	00	12	25	00	11	18	07	36
19	11	21	00	18	01	23	04	51	00	07	27	19
B. 20	04	13	33	56	03	03	51	27	00	26	50	11
21	08	22	56	59	04	14	31	20	01	16	09	34
22	01	02	20	03	05	25	11	15	02	05	29	37
23	05	11	43	05	07	05	11	08	02	24	49	20
B. 24	10	04	16	44	08	16	37	44	03	14	12	15

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGE'E.

	Moyens mouvemens de la Lune.				*Moyens mouvemens de l'Apogée.*				*Moyens mouvemens du Nœud.*			
Années	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.
25	02	13	39	46	09	27	17	39	04	03	31	57
26	06	23	02	49	11	07	57	33	04	22	51	40
27	11	02	25	52	00	18	37	26	05	12	11	23
B. 28	03	24	59	31	01	29	24	02	06	01	34	17
29	08	04	22	33	03	10	03	55	06	20	54	04
30	00	13	45	37	04	20	43	51	07	10	13	42
31	04	23	08	39	06	91	23	43	07	29	33	25
B. 32	09	15	42	18	07	12	10	20	08	18	56	19
33	01	25	05	20	08	22	50	12	09	08	16	02
34	06	04	28	23	10	03	30	07	09	27	35	45
35	10	13	51	26	11	14	10	00	10	16	55	27
B 36	03	06	25	05	00	24	56	36	11	06	18	21
37	07	15	48	07	02	05	36	31	11	25	38	04
38	11	25	11	11	63	16	16	26	00	14	57	47
39	04	04	34	14	04	26	56	19	01	04	17	30
B. 40	08	27	07	52	06	07	42	55	01	23	40	22
41	01	06	30	55	07	18	22	48	02	13	00	05
42	05	15	57	57	08	29	02	43	03	02	19	43
43	09	25	21	02	10	09	42	36	03	21	39	31
B. 44	02	17	50	39	11	20	29	12	04	11	02	26
45	06	27	13	42	01	01	09	05	05	00	22	08
46	11	06	36	46	02	11	48	05	05	19	41	50
47	03	15	59	48	03	22	28	53	06	09	01	34
B. 48	08	08	33	27	05	03	15	29	06	28	24	28

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGE'E.

	Moyens mouvemens de la Lune.				*Moyens mouvemens de l'Apogée.*				*Moyens mouvemens du Nœud.*			
Années.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.
49	00	17	56	29	06	13	55	21	07	17	44	11
50	04	27	19	33	07	24	35	21	08	07	03	53
51	08	06	42	35	09	05	15	15	08	26	23	35
B. 52	01	29	16	14	10	16	01	50	09	15	46	30
53	06	08	39	16	11	26	41	43	10	05	06	13
54	10	18	09	19	01	07	21	39	10	24	25	56
55	02	27	25	22	02	18	01	31	11	13	45	38
B. 56	07	19	59	01	03	28	48	08	00	03	08	32
57	11	29	22	03	05	09	28	01	00	22	28	15
58	04	08	45	07	06	20	07	56	01	11	47	58
59	08	18	08	10	08	00	47	50	02	01	07	41
B. 60	01	10	41	48	09	11	34	22	02	20	30	33
61	05	20	04	51	10	22	14	15	03	09	50	16
62	09	29	27	53	00	02	54	11	03	29	09	59
63	00	08	50	57	01	13	34	04	04	18	29	42
B. 64	07	01	24	35	02	24	20	41	05	07	52	37
65	11	10	47	38	04	05	00	34	05	27	12	20
66	03	20	10	43	05	15	30	31	06	16	32	02
67	07	29	33	44	06	26	20	24	07	05	51	45
B. 68	00	22	07	23	08	07	06	00	07	25	14	38
69	05	01	30	25	09	17	46	53	08	14	34	22
70	09	10	53	29	10	28	26	48	09	03	54	05
71	01	20	16	31	00	09	06	39	09	23	13	48
B. 72	06	12	50	10	01	19	59	15	10	12	36	41

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGE'E.

	Moyens mouvemens de la Lune.				*Moyens mouvemens de l'Apogée.*				*Moyens mouvemens du Nœud.*			
Années	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.
73	10	22	13	12	03	00	33	08	11	01	56	24
74	03	01	36	15	04	11	13	03	11	21	16	07
75	07	10	59	18	05	21	12	56	00	10	35	50
B. 76	00	03	32	57	07	02	38	31	00	29	58	43
77	04	12	55	50	08	13	19	25	01	19	18	26
78	08	22	19	03	09	23	59	21	02	08	38	09
79	01	01	42	06	11	04	39	14	02	27	57	52
B. 80	05	24	15	45	00	15	25	50	03	17	20	44
81	10	03	39	48	01	26	05	43	04	06	40	27
82	02	13	01	50	03	06	45	39	04	26	00	10
83	06	23	24	54	04	17	25	31	05	15	19	54
B. 84	11	14	58	32	05	28	12	08	06	04	42	48
85	03	24	21	35	07	08	52	00	06	24	02	30
86	08	03	44	38	08	19	31	55	07	13	22	14
87	00	13	07	41	10	00	18	37	08	02	41	59
B. 88	05	05	41	20	11	10	58	30	08	22	04	50
89	09	15	04	22	00	21	45	12	09	11	24	33
90	01	24	27	26	02	02	25	00	10	00	44	25
91	06	03	50	28	03	13	04	55	10	20	03	58
B. 92	10	26	24	07	04	23	44	49	11	09	26	52
93	03	05	47	09	06	04	31	24	11	28	46	35
94	07	15	10	12	07	15	11	18	00	18	06	18
95	11	24	33	15	08	25	51	12	01	07	26	60
B. 96	04	17	07	54	10	06	31	06	01	26	48	54

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGE'E.

	Moyens mouvemens de la Lune.				*Moyens mouvemens de l'Apogée.*				*Moyens mouvemens du Nœud.*			
Années	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.
97	08	26	29	56	11	17	17	42	02	16	98	40
98	01	05	53	00	00	27	57	35	03	05	28	23
99	05	15	16	43	02	08	37	30	03	24	48	06
B.100	10	07	49	41	03	19	17	23	04	14	10	58
Bissextiles. 200	08	15	39	22	07	08	34	46	08	28	21	56
300	06	23	29	02	10	27	52	10	01	12	32	43
400	05	01	18	44	02	17	09	33	05	26	43	52
500	03	09	08	24	06	06	26	57	10	10	54	50
Bissextiles. 600	01	16	58	04	09	25	44	20	02	25	05	46
700	11	24	47	45	01	15	01	44	07	09	16	46
800	10	02	36	08	05	04	19	07	11	23	27	44
900	08	10	25	49	08	23	36	30	04	07	38	42
1000	06	18	16	48	00	12	53	54	08	21	49	42

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGÉE.

	Longitudes moyennes de la Lune.				*Longitudes moyennes de l'Apogée.*				*Longitudes moyennes du Nœud.*			
Années.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.
1700	01	10	56	27	10	05	24	39	05	13	00	05
1701	05	20	19	30	11	16	04	32	04	23	40	22
1702	09	29	42	33	00	26	44	27	04	04	20	39
1703	02	09	05	36	02	07	24	20	03	15	00	55
1704	07	01	39	15	03	18	10	56	02	25	38	01
1705	11	11	02	17	04	28	50	05	02	06	18	19
1706	03	20	25	21	06	09	30	44	01	16	58	35
1707	07	29	48	24	07	20	10	35	00	27	38	53
1708	00	22	22	02	09	00	57	13	00	08	15	59
1709	05	01	45	05	10	11	37	07	11	18	56	16
1710	09	11	08	08	11	22	17	02	10	29	35	34
1711	01	20	31	10	01	02	56	50	10	10	16	51
1712	06	13	04	49	02	13	43	32	09	20	53	53
1713	10	22	27	51	03	24	23	23	09	01	34	14
1714	03	01	50	55	05	03	53	20	08	12	14	31
1715	07	11	13	57	06	15	43	13	07	22	54	49
1716	00	03	47	36	07	26	29	49	07	03	31	55
1717	04	13	10	39	09	07	09	44	06	14	12	12
1718	08	22	33	42	10	17	49	39	05	24	52	29
1719	01	01	56	45	11	28	29	30	05	05	32	46
1720	05	24	30	23	01	09	16	06	04	16	09	54
1721	10	03	53	26	02	19	55	59	03	26	50	31
1722	02	13	16	30	04	00	35	54	03	07	30	28
1723	06	22	19	32	05	10	35	47	02	19	10	35

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGE'E.

	Longitudes moyennes de la Lune.				*Longitudes moyennes de l'Apogée.*				*Longitudes moyennes du Nœud.*			
Années	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.
1722	11	15	13	11	06	22	02	23	01	28	47	50
1725	03	24	36	13	08	02	42	18	01	09	28	08
1726	08	03	59	16	09	13	22	12	00	20	09	25
1727	00	13	22	19	10	24	02	05	00	00	48	42
1728	05	05	55	58	00	04	48	41	11	11	25	48
1729	09	15	19	00	01	15	28	34	10	22	06	05
1730	01	24	42	04	02	26	08	30	10	02	46	23
1731	06	04	05	06	04	06	48	22	09	13	26	40
1732	10	26	38	45	05	17	34	59	08	24	03	46
1733	03	06	01	47	06	28	14	51	07	04	44	03
1734	07	15	24	50	08	08	54	46	07	15	24	20
1735	11	24	47	53	09	19	34	39	06	26	04	38
1736	04	17	21	32	11	00	01	15	06	06	41	44
1737	08	26	44	34	00	11	01	10	05	17	22	01
1738	01	06	07	38	01	21	41	05	04	28	02	18
1739	05	15	30	41	03	02	20	58	04	08	43	35
1740	10	08	04	19	04	13	07	34	04	19	19	43
1741	02	17	27	22	05	05	47	27	03	00	00	00
1742	06	26	50	24	07	04	27	22	02	10	40	17
1743	11	06	13	29	08	14	07	15	02	21	20	34
1744	03	28	47	06	09	25	53	51	00	25	57	39
1745	08	08	10	09	11	06	33	44	00	12	37	57
1746	00	17	33	13	00	17	14	29	11	23	18	15
1747	04	26	56	15	01	27	53	32	11	03	58	31

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGÉE.

	Longitudes moyennes de la Lune.				*Longitudes moyennes de l'Apogée.*				*Longitudes moyennes du Nœud.*			
Années.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.
1748	09	19	29	54	03	08	40	08	10	14	35	37
1749	01	28	52	57	04	19	20	00	09	25	15	54
1750	06	08	16	00	06	00	00	00	09	05	56	12
1751	10	17	39	02	07	10	39	54	08	16	36	30
1752	03	10	12	41	08	21	26	29	07	27	13	35
1753	07	19	35	43	10	02	06	42	07	07	53	42
1754	11	28	58	46	11	12	46	18	06	18	34	09
1755	04	08	21	49	00	23	26	10	05	29	14	24
1756	09	00	55	28	02	04	12	47	05	09	51	23
1757	01	10	18	30	03	14	52	40	04	20	31	40
1758	05	19	41	34	04	25	32	35	04	01	12	07
1759	09	29	04	37	06	06	12	29	03	12	52	14
1760	02	21	38	15	07	16	59	01	02	23	29	22
1761	07	01	01	18	08	27	38	54	02	04	09	49
1762	11	10	24	20	10	08	18	50	01	13	50	06
1763	03	19	41	24	11	18	58	43	00	24	30	13
1764	09	12	21	02	00	29	45	20	00	09	07	28
1765	00	21	44	05	02	10	25	13	11	15	47	35
1766	05	01	07	10	03	20	55	10	10	26	28	03
1767	09	10	30	11	05	01	45	03	10	07	08	20
1768	01	03	03	50	06	12	30	39	09	17	45	27
1769	06	12	27	52	07	23	11	32	08	28	25	33
1770	10	21	49	56	09	03	51	27	08	09	06	00
1771	03	01	12	58	10	14	31	18	07	19	46	17

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGE'E.

	Longitudes moyennes de la Lune.				*Longitudes moyennes de l'Apogée.*				*Longitudes moyennes du Nœud.*			
Années	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.
1772	07	23	46	37	11	22	57	54	07	00	23	24
1773	00	03	09	39	01	05	57	47	06	11	03	41
1754	04	12	32	42	02	16	37	42	06	21	43	58
1775	08	21	55	45	03	26	37	35	04	02	24	15
1776	01	14	29	24	05	08	03	10	04	13	01	22
1777	05	23	52	26	06	18	44	04	03	23	41	ε9
1778	10	03	15	30	07	29	24	00	03	04	21	56
1779	02	12	38	33	09	10	03	53	02	15	12	13
1780	07	05	12	12	10	20	50	29	01	25	39	21
1781	11	14	36	15	00	01	30	22	01	06	19	38
1782	03	23	58	17	01	12	10	18	00	16	59	45
1783	07	34	21	21	02	22	50	10	11	27	40	11
1784	00	25	54	59	04	03	36	47	11	08	17	17
1785	05	05	18	02	05	14	16	39	10	18	57	35
1786	09	14	40	55	06	24	55	50	09	29	17	51
1787	01	24	04	08	08	05	43	16	09	10	18	09
1788	06	16	37	47	09	16	23	09	08	20	55	15
1789	10	26	00	49	10	27	09	51	08	01	35	32
1709	03	05	23	53	00	07	49	39	07	12	15	40
1791	07	14	46	55	01	18	28	34	06	22	56	07
1792	00	07	20	20	02	29	09	28	06	03	33	13
1793	04	16	43	36	04	09	56	03	05	14	13	30
1794	08	26	06	39	05	20	35	57	04	24	53	47
1795	01	05	29	42	07	01	15	51	04	05	34	05

TABLE DE LA LUNE ET DE SON APOGE'E.

	Longitudes moyennes de la Lune.				*Longitudes moyennes de l'Apogée.*				*Longitudes moyennes du Nœud.*			
Années	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.
1796	05	28	04	21	08	11	55	45	04	16	11	03
1597	10	07	26	23	09	22	42	21	03	06	51	28
1798	02	16	49	27	11	03	22	14	02	07	31	45
1799	06	26	13	10	00	14	02	09	01	18	12	02
1800 commune.	11	05	35	30	01	24	36	21	00	28	52	18

AVIS A MM. LES ASTRONOMES.

L'Auteur conjecture par les calculs qu'il fit en 1743, qu'il paroitra une Comete en 1757, & qu'elle ſera

Le 21. Juillet dans le 19° ♊. Sa latitude Boreale de 15° 7′, diſtante à la Terre de 7332 parties; au Soleil de 6706. Elle ſe couchera ce jour à 6^h 55′ avec 24° 52′ d'Amplit. depuis le Nord.

Le 4. Août elle ſera dans 24° 40′ ♌. Lat. Bor. 20° 20′. Elle ſe couchera à 10^h 6′ du ſoir. Paſſera au Meridien à 1^h 16′ du ſoir. Elle ſera ce jour là dans ſon Perihelie. Diſtante au Soleil 5833 à la Terre 6548.

Le 18. Août dans ♍ 11° Latitud. Bor. 9° 30′. Diſt. à la terre 6309; au Soleil 6076; ſe couchera à 10^h 33′ avec 98° 20′ d'Amplit. depuis le Nord.

Or ſelon l'hypotheſe qu'on a vû dans le *Traité de la Comete de* 1744, on verroit cette Comete le 5. Octobre 1758 à 14^h dans 13° 46′ ♏. Latitud. Bor. 51° 20′. Diſt. à la Terre 1322; au Soleil 8906.

TABLE DES ARTICLES.

FIN.

